



Thomas Hörner

---

Propagation von Materiewellen in  
periodischen Doppeltopfpotentialen

Diplomarbeit

HD-KIP-05-01



**Fakultät für Physik und Astronomie**  
**Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg**

**Diplomarbeit**  
im Studiengang Physik  
vorgelegt von  
**Thomas Hörner**  
geboren in Dinkelsbühl

**Januar 2005**



# Propagation von Materiewellen in periodischen Doppeltopfpotentialen

Die Diplomarbeit wurde von Thomas Hörner ausgeführt am  
Kirchhoff-Institut für Physik  
unter der Betreuung von  
Herrn Prof. Dr. M. K. Oberthaler



## **Propagation von Materiewellen in periodischen Doppeltopfpotentialen**

Diese Arbeit beschreibt die Implementierung eines optischen Doppeltopfpotentials für die Untersuchung der Tunneldynamik von Materiewellen, realisiert durch einen langsamen intensiven Strahl metastabiler Argonatome. Es wird sowohl die theoretische Grundlage für die Propagation der Materiewellen in dieser Potentialform dargestellt, als auch das Verständnis für die interne Dynamik dieses Tunnelsystems vertieft. Für die Realisierung dieser Überlegungen wurde der notwendige Aufbau geplant und experimentell umgesetzt. Detaillierte Untersuchungen zeigten, dass für die Erzeugung eines symmetrischen Doppeltopfpotentials mittels zweier stehender Lichtwellen unterschiedlicher Periode, der Einfallswinkel der Laserstrahlen mit einer absoluten Genauigkeit von  $0.01^\circ$  bestimmt werden muss. Weiterhin wurde das gaußsche Strahlprofil, der zur Erzeugung des Potentials notwendigen Laserstrahlen auf seine Homogenität hin untersucht und optimiert. Um einen rechtwinkligen Einfall des Atomstrahls auf das Lichtpotential zu gewährleisten, wurde der Einfallswinkel mittels Bragg-Beugung eingestellt. Die Präparation des Anfangszustands erfolgt durch eine absorptive Stehwelle, welche die Atome dem Detektionsprozess entzieht. Die ersten Messungen am Doppeltopfsystem bestätigen schließlich das theoretisch errechnete Verhalten.

## **Propagation of matter waves in periodic double-well potentials**

This thesis describes the implementation of an optical double-well potential for metastable atoms with the goal to observe tunneling of massive particles. The theoretical description of the propagation of matter waves in this shape of potential is explained, as well as a detailed discussion of the internal dynamics of this system. There are some critical parameters for building up such a potential. First of all, the angle of incidence between the two standing light waves, resulting in a difference of a factor of two in period has to be measured with an absolute precision of  $0.01^\circ$ . Further on the gaussian beams of the laser, which are used to generate the potential were investigated with respect for being homogeneous. The angle of incidence between the atomic beam and the potential was analyzed via bragg scattering and set to be perpendicular. The preparation of the initial state will be realized by an absorptive standing light wave, which revokes the atoms from detection. Finally the first measurements on the double-well system reveals the theoretical predictions.





# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Theoretischer Teil</b>	<b>3</b>
2.1	Atom-Licht-Wechselwirkung . . . . .	3
2.1.1	Ungekoppeltes Atom - Laser System . . . . .	3
2.1.2	Dressed States . . . . .	4
2.2	Materiewellen . . . . .	7
2.2.1	Materiewellen in periodischen Potentialen . . . . .	7
2.2.2	Bragg Beugung . . . . .	11
2.3	Doppeltopfpotential . . . . .	13
2.3.1	Eigenzustände . . . . .	13
2.3.2	Tunnelaufspaltung . . . . .	14
2.3.3	Periodisches Doppeltopfpotential . . . . .	16
2.3.4	Bandstruktur . . . . .	18
2.4	Coherent destruction of tunneling . . . . .	19
<b>3</b>	<b>Experimenteller Teil</b>	<b>21</b>
3.1	Aufbau des Experiments . . . . .	21
3.1.1	Vakuum . . . . .	22
3.1.2	Lasersystem . . . . .	23
3.1.3	Optischer Weg zur Präparation des Atomstrahls . . . . .	26
3.1.4	Erzeugung und Präparation des Atomstrahls . . . . .	28
3.1.5	Detektion . . . . .	33
3.2	Stehwellenaufbau . . . . .	36
3.2.1	Akusto-optischer Deflektor . . . . .	39
3.2.2	Spiegelkonfiguration . . . . .	40
3.2.3	Absorptive Stehwelle . . . . .	44
3.3	Strahlprofil . . . . .	45
3.3.1	Gaußsche Strahlenoptik . . . . .	46
3.3.2	CCD-Messungen . . . . .	48
3.4	Stehwellenmessungen . . . . .	49
3.4.1	Braggwinkel Messung . . . . .	49
3.4.2	Doppeltopfdynamik . . . . .	50
<b>4</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>55</b>

<b>A Anhang</b>	<b>57</b>
A.1 Argon-Atom . . . . .	57
A.2 Fourier-Split-Step Methode . . . . .	60

# Kapitel 1

## Einleitung

Der Tunneleffekt gehört seit den Anfängen der Quantenmechanik zu den elementarsten und zugleich überraschendsten Vorhersagen [1]. Die Vielfältigkeit seines Auftretens unterstreicht dabei seine Wichtigkeit. So sorgt er in natürlichen Systemen, wie der Photosynthese oder dem Transfer von Elektronen innerhalb biologischer Makromoleküle für deren Vollkommenheit. Auch der Mensch hat sich diesen Effekt zu Nutze gemacht und in technologischen Errungenschaften integriert. Die bekannteste Erfindung ist hierbei sicher das von Binnig und Rohrer entwickelte Rastertunnelmikroskop [2]. Aber auch in anderen Gebieten der Hochtechnologie bedient man sich des Tunnelns. So sind Zener-Dioden [3], Josephson-Kontakte [4] oder SQUIDs nicht mehr wegzudenkende Bestandteile unserer modernen Welt geworden. In die Tunneledynamik kontrolliert eingreifen zu können, würde eine Vielzahl neuer Möglichkeiten eröffnen.

Ideen ein Tunnelsystem im Labor zu generieren gibt es viele, doch bietet das Gebiet der Quantenoptik eine Reihe von Vorteilen. So lassen sich bei derartigen Systemen alle Parameter experimentell kontrollieren. Dies ist sicher ein Grund für die schnelle Entwicklung dieser Sparte der Physik. Auslöser für diesen Boom war die Erfindung des Lasers in den sechziger Jahren, die Entwicklung der Laserkühlung und Methoden zur kohärenten Manipulation von Atomen in den 80ern. De Broglies Annahme [5], Materie besitze neben Teilcheneigenschaften auch Wellencharakter, war zu diesem Zeitpunkt ebenso experimentell bewiesen [6], wie die Wechselwirkung von Atomen mit Licht [7]. Der Laser lieferte schließlich die noch fehlende Energiedichte und legte somit den Grundstein für Experimente dieser Art.

Das Ziel unseres Experimentes ist es, ein kontrollierbares Tunnelsystem experimentell zu realisieren und das Tunneln einzelner Atome erstmals direkt zu beobachten. Weiterführend sollte es möglich sein, den von Grossmann et al. 1991 theoretisch vorhergesagten Effekt „Coherent Destruction of Tunneling“ [8] erstmals experimentell zu beobachten. Hierin wird die Unterdrückung des Tunneleffektes durch Anlegen einer periodischen Störung in einem Doppeltopfsystem untersucht.

Nachdem im März 2004 die Messung von nichtzerfliessenden Wellenpaketen in imaginären Potentialen abgeschlossen wurde [9, 10], begann der Umbau zum Tunnelexperiment. In dieser Arbeit werden die bisherigen Ergebnisse und Erkenntnisse vorgestellt.

Die bestehende Anlage liefert Materiewellen in Form eines langsamen, intensiven Strahls metastabiler Argonatome. Dieser wird mittels atomoptischer Komponenten präpariert

und muss nicht verändert werden. Für die Erweiterung der Experimentierkammer bestand folgende Idee:

Ziel ist die Erzeugung eines periodischen, optischen Doppeltopfpotentials mittels zweier stehender Lichtwellen. In einem späteren Schritt wurde eine dritte absorptive Stehwelle hinzugefügt, welche die Atome in jeden zweiten Topf präparierte. Nun ist man in der Lage sein, ein Tunneln zwischen den einzelnen Barrieren zu beobachten. Durch starkes Treiben dieses Quantensystems kann die Dynamik des Tunnels signifikant beeinflusst werden. Dies erreicht man durch das Anlegen einer im Ort linearen und in der Zeit periodischen Störung [8].

Die Generierung des Doppeltopfpotentials wird durch die Superposition zweier Stehwellen unterschiedlicher Periode am Ort des Atomstrahls realisiert [11]. Die Stehwellen wurden durch Retroreflexion zweier Laserstrahlen an einem Goldspiegel erzeugt, wobei der erste Strahl senkrecht auf den Spiegel trifft und der zweite unter einem Winkel von  $60^\circ$ . Dadurch besitzen die Stehwellen eine um den Faktor zwei unterschiedliche Periode. Wie sich im Verlauf des Aufbaus zeigte, ist dieser Faktor extrem kritisch, denn er bestimmt letztendlich die Symmetrie des Doppeltopfpotentials. Für uns bedeutete dies, den Einfallswinkel mit sehr hoher Genauigkeit zu justieren. Dies stellt zugleich einen zentralen Punkt dieser Arbeit dar. Es wurde eine Messvorrichtung gebaut, die es erlaubt, den Winkel zwischen zwei Spiegeloberflächen mit einer Genauigkeit von vier Tausendstel Grad einzustellen.

Bedingt durch die Geschwindigkeit des Atomstrahls und die prognostizierten Tunnelzeiten, ist eine Wechselwirkungsstrecke von ungefähr zwei Zentimetern nötig. Die Erzeugung und Charakterisierung dieses Laserstrahlprofils ist ebenfalls Bestandteil dieser Arbeit.

Nachdem, aufgrund der kleiner werdenden Effizienz des Atomdetektors, eine neue Einheit aus zwei Mikrokanalplatten eingebaut wurde, begannen die ersten Messungen am Doppeltopfsystem im Oktober 2004. Durch die Einführung einer interferometrischen Messmethode konnte im Dezember erstmals die theoretisch erwartete Ausbreitungscharakteristik der Materiewellen im Doppeltopfpotential experimentell nachgewiesen werden.

# Kapitel 2

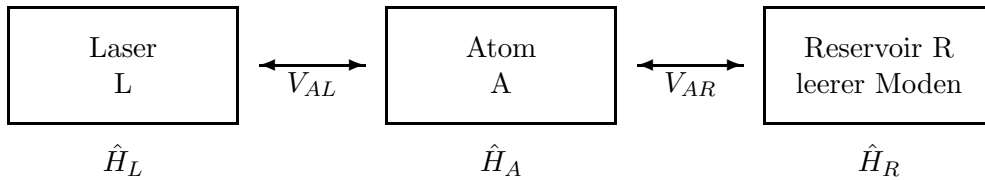
## Theoretischer Teil

### 2.1 Atom-Licht-Wechselwirkung

#### 2.1.1 Ungekoppeltes Atom - Laser System

Betrachtet wird im Folgenden ein Modellsystem zur Beschreibung der Wechselwirkung eines Zwei-Niveau-Atoms mit einem Lichtfeld, wie es in Abbildung 2.1 dargestellt ist. Die Argumentation folgt im Wesentlichen den Darstellungen von [12]. Das System besteht aus dem Atom  $A$ , welches den Grundzustand  $|g\rangle$  und den angeregten Zustand  $|e\rangle$  annehmen kann, dem Lichtfeld  $L$  des Lasers und einem Reservoir  $R$  an leeren Moden. Da eine Relaxation des angeregten Zustands durch spontane Emission im Folgenden jedoch nicht mit einbezogen wird, bleibt  $H_R$  im Rahmen dieser Arbeit unberücksichtigt.

Die Eigenzustände des ungekoppelten Systems Atom-Laser ( $A + L$ ) werden durch den



**Abbildung 2.1:** Die Systeme Atom, Laser und Reservoir werden durch ihre jeweiligen Operatoren beschrieben. Die Operatoren  $V_{AL}$  und  $V_{AR}$  beschreiben deren Kopplung.

Hamiltonoperator

$$\hat{H}_{AL} = \hat{H}_A + \hat{H}_L \quad (2.1)$$

bestimmt, wobei  $\hat{H}_A$  den Hamiltonoperator des Atoms darstellt:

$$\hat{H}_A = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + \hbar\omega_0|e\rangle\langle e|. \quad (2.2)$$

Die beiden Zustände des Atoms  $|g\rangle$  und  $|e\rangle$  besitzen dabei die Energien 0 und  $\hbar\omega_0$ . Der zweite Teil  $\hat{H}_L$  beschreibt das Lichtfeld in der Mode  $L$ :

$$\hat{H}_L = \hbar\omega_L(a^\dagger a + \frac{1}{2}). \quad (2.3)$$

Die Operatoren  $a^\dagger$  und  $a$  erzeugen bzw. vernichten ein Photon der jeweiligen Lasermode. Die Eigenzustände des ungekoppelten Atom-Licht Systems sind in Abbildung 2.2 schematisch dargestellt. Die einzelnen Mannigfaltigkeiten sind durch die beiden Quantenzahlen  $N$  (Anzahl der Photonen) bzw. der Hauptquantenzahl  $g$  oder  $e$  charakterisiert. Die neu eingeführte Variable  $\Delta$  beschreibt die Differenz zwischen Laserfrequenz und der atomaren Übergangsfrequenz (Detuning):

$$\Delta = \omega_L - \omega_0. \quad (2.4)$$

### 2.1.2 Dressed States

Berücksichtigt man nun die Wechselwirkung zwischen Atom und Lichtfeld, so muss der Hamiltonoperator aus Gleichung 2.1 um die Kopplung  $\hat{V}_{AL}$  erweitert werden:

$$\hat{V}_{AL} = -\hat{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t). \quad (2.5)$$

Dabei ist  $\hat{\mathbf{d}} = \mathbf{d}(|e\rangle\langle g| + |g\rangle\langle e|)$  der atomare Dipoloperator und  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  das elektrische Feld des Lichtes. Aufgrund der hohen Photonendichte genügt es ein klassisches Feld zu betrachten. Da die Wellenlänge des verwendeten monochromatischen Lichtes wesentlich größer ist als die Ausdehnung eines einzelnen Atoms, kann das Feld am Ort des Atoms als konstant angesehen werden und damit die explizite Ortsabhängigkeit vernachlässigt werden (Dipolnäherung):

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \sim \mathbf{E}(\mathbf{R}, t) = \mathbf{E}(t). \quad (2.6)$$

Für das durch  $V_{AL}$  gestörte System bilden  $|g\rangle$  und  $|e\rangle$  nun keine Eigenzustände mehr, sondern es lassen sich neue, so genannte Dressed States  $|1(N)\rangle$  und  $|2(N)\rangle$  finden. Für ein ruhendes Atom erhält man als reduzierten Hamiltonoperator

$$\hat{H} = \hat{H}_A + \hat{V}_{AL} = \hbar\omega_0|e\rangle\langle e| - \hat{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}) \cos(\omega_L t). \quad (2.7)$$

Zur Charakterisierung der Wechselwirkungsenergie wird die Rabi-Frequenz  $\omega_R(\mathbf{r})$  eingeführt

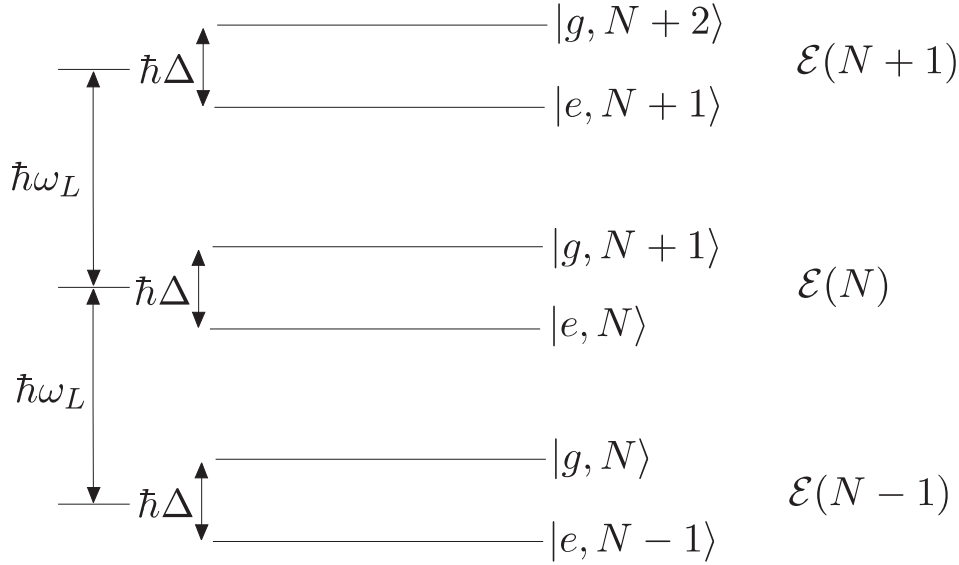
$$\omega_R(\mathbf{r}) = -\frac{\langle e|\hat{\mathbf{d}}|g\rangle \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r})}{\hbar}, \quad (2.8)$$

die über die experimentell einstellbare Intensität des Lichtfeldes  $I(\mathbf{r})$  wegen des Zusammenhangs

$$\omega_R(\mathbf{r}) = \Gamma \sqrt{\frac{I(\mathbf{r})}{2I_s}} \quad (2.9)$$

beeinflusst werden kann. Hierbei ist  $\Gamma$  die natürliche Linienbreite des Übergangs und  $I_s = \frac{\hbar\Gamma\omega_0^3}{12\pi c^2}$  die zugehörige Sättigungsintensität. Physikalisch liefert die Kopplung  $\hat{V}_{AL}$  Übergänge zwischen den atomaren Zuständen  $|g\rangle$  und  $|e\rangle$  durch Absorption bzw. Emission eines Photons.

$$\begin{aligned} V_{AL} &= -\mathbf{d}(|e\rangle\langle g| + |g\rangle\langle e|) \cdot \frac{\mathbf{E}}{2}(e^{i\omega_L t} + e^{-i\omega_L t}) \\ &= -\frac{\mathbf{d}\mathbf{E}}{2}(|e\rangle\langle g|e^{i\omega_L t} + |g\rangle\langle e|e^{i\omega_L t} + |e\rangle\langle g|e^{-i\omega_L t} + |g\rangle\langle e|e^{-i\omega_L t}) \end{aligned} \quad (2.10)$$



**Abbildung 2.2:** Eigenzustände des ungekoppelten Atom-Laser System für  $\Delta > 0$ . Im nahresonanten Fall ( $\Delta \ll \omega_0$ ) ist die Energiedifferenz  $\hbar\Delta$  zwischen den Zuständen einer Mannigfaltigkeit  $\mathcal{E}$  klein gegenüber der Energie  $\hbar\omega_L$ .

Neben den resonanten Prozessen (Term 1 und 2) liefert der Operator auch nicht-resonante Übergänge. Term 3 und 4 beinhalten Übergänge zwischen zwei Mannigfaltigkeiten. Da die betrachtete Zeitskala typischerweise mehreren optischen Zyklen entspricht, und somit diese schnell oszillierenden Terme durch Mittelung über eine Periode eliminiert werden können (Rotating-Wave-Approximation, RWA), dürfen diese Übergänge vernachlässigt werden. Im Dirac-Bild lässt sich der Hamiltonoperator in der Form

$$\hat{H} = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} \Delta & -\omega_R(\mathbf{r}) \\ -\omega_R(\mathbf{r}) & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.11)$$

darstellen. Die neuen Eigenzustände dieses Systems erhält man schließlich durch Diagonalisieren dieser Matrix. Die unitäre Transformation hierfür lautet

$$\hat{H}' = U^\dagger \hat{H} U \quad \text{mit} \quad U(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix} \cos \theta(\mathbf{r}) & -\sin \theta(\mathbf{r}) \\ \sin \theta(\mathbf{r}) & \cos \theta(\mathbf{r}) \end{pmatrix}, \quad (2.12)$$

wobei der Drehwinkel  $\theta$  durch

$$\tan 2\theta = -\frac{\omega_R}{\Delta} \quad (2.13)$$

bestimmt ist. Für die neuen Energieeigenwerte des Atoms im Lichtfeld erhält man

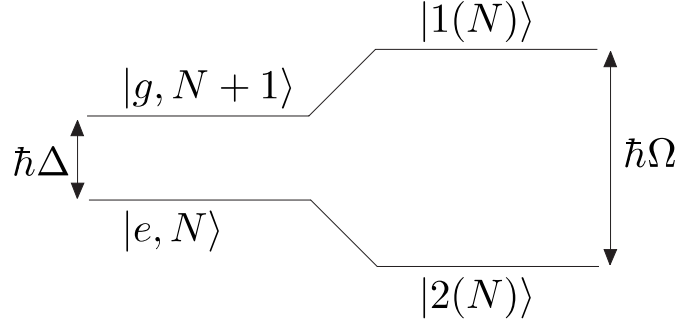
$$E_1(\mathbf{r}) = \frac{\hbar}{2} \sqrt{\Delta^2 + \omega_R^2(\mathbf{r})} - \frac{\hbar}{2} \Delta \quad (2.14)$$

$$E_2(\mathbf{r}) = -\frac{\hbar}{2} \sqrt{\Delta^2 + \omega_R^2(\mathbf{r})} - \frac{\hbar}{2} \Delta. \quad (2.15)$$

Die Dressed States lassen sich als Linearkombination der Zustände  $|g\rangle$  und  $|e\rangle$  darstellen

$$|1(N)\rangle = \sin(\theta)|g, N+1\rangle + \cos(\theta)|e, N\rangle \quad (2.16)$$

$$|2(N)\rangle = \cos(\theta)|g, N+1\rangle - \sin(\theta)|e, N\rangle. \quad (2.17)$$



**Abbildung 2.3:** Ungekoppelte Eigenzustände (links) und Dressed States (rechts) der Mannigfaltigkeit  $\mathcal{E}(N)$  für  $\Delta > 0$ .

Wie in Abbildung 2.3 zu sehen ist, beträgt die Energieaufspaltung einer Mannigfaltigkeit jetzt nicht mehr  $\hbar\Delta$  wie im ungestörten System, sondern lässt sich durch die Einführung einer effektiven Rabi-Frequenz darstellen

$$\hbar\Omega(\mathbf{r}) = \hbar\sqrt{\Delta^2 + \omega_R^2(\mathbf{r})}. \quad (2.18)$$

In einem ortsabhängigen Lichtfeld hängt die Energieaufspaltung über die Rabi-Frequenz von der lokalen Intensität ab. Diese Verschiebung der Eigenenergien bezeichnet man häufig als AC-Stark-Verschiebung. Aus deren räumlichen Variationen erhält man die Dipolkraft auf ein Atom im Zustand  $k$

$$\mathbf{F}_k(\mathbf{r}) = -\nabla E_k(\mathbf{r}). \quad (2.19)$$

Nimmt man nun an, dass ein Atom im Grundzustand adiabatisch in ein weit verstimmtes Lichtfeld läuft, so wird der Grundzustand  $|g, N+1\rangle$  in den Dressed State  $|1(N)\rangle$  übergehen (im Gegensatz zu einem sprunghaften Übergang, bei welchem eine Superposition aus beiden Dressed States berücksichtigt werden muss, da das System nicht im Eigenzustand bleibt). Für die weitere Überlegung genügt es daher nur den ersten Dressed State miteinzuschließen:

$$\begin{aligned} E(\mathbf{r}) &= \frac{\hbar}{2}\sqrt{\Delta^2 + \omega_R^2(\mathbf{r})} - \frac{\hbar}{2}\Delta \\ &= \frac{\hbar}{2}\Delta\sqrt{1 + \frac{\omega_R^2(\mathbf{r})}{\Delta^2}} - \frac{\hbar}{2}\Delta \quad \text{mit } \Delta \gg \omega_R \\ &\approx \frac{\hbar}{2}\Delta\left(1 + \frac{1}{2}\frac{\omega_R^2(\mathbf{r})}{\Delta^2}\right) - \frac{\hbar}{2}\Delta \\ &= \frac{\hbar\omega_R^2(\mathbf{r})}{4\Delta} = V(\mathbf{r}) \end{aligned} \quad (2.20)$$

mit  $\omega_R(\mathbf{r}) = \omega_0 \cos(\mathbf{k}\mathbf{r})$  und  $\mathbf{k}$  als Wellenvektor des Lichtfeldes. Gleichung 2.20 liefert das Dipolpotential eines Lichtfeldes für ein Zwei-Niveau-Atom.



## 2.2 Materiewellen

Die Welleneigenschaften von Licht wurden bereits im 17. und 18. Jahrhundert durch Interferenzversuche von Huygens und Young experimentell nachgewiesen und fanden 1885 in den Maxwell'schen Gleichungen ihre vollständige theoretische Beschreibung. Dass Atomen nicht nur Teilcheneigenschaften sondern auch Welleneigenschaften zugeordnet werden können, zeigte deBroglie [5] knapp 40 Jahre später. In seiner Theorie schlug er vor, Teilchen entsprechend ihrer Gesamtenergie eine Frequenz zuzuordnen.

$$\nu_{\text{Materie}} = \frac{1}{h} \frac{m_0 v^2}{2} + \frac{1}{h} m_0 c^2, \quad (2.21)$$

wobei hier der nichtrelativistische Fall  $v \ll c$  betrachtet wird. Für den Wellenvektor eines Teilchens ergibt sich analog

$$k_{\text{Materie}} = \frac{1}{h} m_0 v. \quad (2.22)$$

Liegt die Ruheenergie  $m_0 c^2$  im Energienullpunkt unseres Systems, so lässt sich die Vakuumdispersionsrelation für ein Teilchen als

$$\nu_{\text{Materie}} = \frac{\hbar}{2\pi} \frac{k^2}{2m_0} \quad (2.23)$$

darstellen. Damit hat man einen Zusammenhang zwischen den klassischen Größen Energie bzw. Impuls und den charakteristischen Größen einer Welle. DeBroglies Annahmen wurden 1925 erstmals durch Beugung von Elektronen an einem Nickelkristall [6] bestätigt. Die Dynamik von Materiewellen wurde von E. Schrödinger 1927 in der zeitabhängigen Gleichung

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(t) = \left( -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(x) \right) \psi(t) \quad (2.24)$$

erfasst.

### 2.2.1 Materiewellen in periodischen Potentialen

Im Folgenden wollen wir die Propagation von Materiewellen in periodischen Strukturen betrachten. Eine ausführliche Diskussion dieser Thematik findet sich in [13]. Im Speziellen soll hier auf die Ausbreitung im periodischen Doppelpotential eingegangen werden.

Das zeitlich konstante Potential  $V(x)$  weist eine Periode von  $d$  auf und es gilt somit:

$$V(x + d) = V(x).$$

Aufgrund der Periodizität lässt sich das Potential durch eine Fourierreihe exakt beschreiben:

$$V(x) = \sum_G V_G e^{iGx} \quad \text{mit} \quad G = \frac{2\pi}{d} \quad (2.25)$$

als reziprotem Gittervektor. Für die Wellenfunktion im periodischen Medium lässt sich, unter Berücksichtigung des Bloch-Theorems [14], folgender Ansatz machen

$$\psi(x) = \sum_G a_G e^{i(k+G)x} \quad (2.26)$$

Anschaulich beschreibt dieser eine Zerlegung nach einzelnen, ebenen Wellen, welche Vielfache des Gitterimpulses aufgenommen haben und dabei eine Wahrscheinlichkeitsamplitude von  $a_G$  aufweisen. Setzt man diesen Ansatz in die Schrödingergleichung ein, so erhält man ein Gleichungssystem für die Koeffizienten  $a_G$ , welches durch die entsprechenden Randbedingungen definiert und lösbar ist.

$$\left( \frac{\hbar^2}{2m} (k+G)^2 - i\hbar \right) \dot{a}_G = - \sum_{G'} V_{G-G'} a_{G'} \quad (2.27)$$

Dieses unendlich dimensionale Gleichungssystem stellt eine vollständig äquivalente Beschreibung der Schrödingergleichung dar. Die Lösung liefert alle Koeffizienten  $a_G$  und die Wellenausbreitung ist dadurch vollständig beschrieben.

### Ausbreitung im periodischen Doppeltopfpotential

Da wir im Experiment ein periodisches Doppeltopfpotential erzeugen, soll im Folgenden Abschnitt die Propagation in selbigem untersucht werden. Die mathematische Formulierung des Potentials ist durch die Überlagerung zweier Stehwellen unterschiedlicher Periode gegeben und soll hier vorweggenommen werden (siehe Abschnitt 3.2).

$$V(x) = V_1 \cos^2\left(\frac{k}{2}x\right) + V_2 \cos^2(kx) \quad (2.28)$$

Für das Dipolpotential (vgl. Gleichung 2.20) ergeben sich die Variablen  $V_1$  und  $V_2$  zu

$$V_{1,2} = \frac{\hbar\omega_{R;1,2}^2}{4\Delta}. \quad (2.29)$$

Obiger Ansatz liefert uns für die Wellenfunktion

$$\psi(x, t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n(t) e^{inkx}, \quad (2.30)$$

wobei als Gitterimpuls  $n$  Vielfache des Photonimpulses  $\hbar k$  angenommen werden. Setzt man diesen Ansatz zusammen mit dem Potential in Gleichung 2.24 ein, so erhält man

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \left( \sum_n a_n(t) e^{inkx} \right) = - \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( \sum_n a_n(t) e^{inkx} \right) + \left( \frac{V_1}{2} \cos(kx) + \frac{V_2}{2} \cos(2kx) \right) \left( \sum_n a_n(t) e^{inkx} \right). \quad (2.31)$$

Mit  $\cos(x) = \frac{1}{2}(e^{ix} + e^{-ix})$  und einer Indexverschiebung der Entwicklungskoeffizienten gelangt man schließlich zur Form

$$\sum_n \left( -i\hbar \dot{a}_n(t) + \frac{\hbar^2}{2m} n^2 k^2 a_n(t) + \frac{V_1}{4} (a_{n+1}(t) + a_{n-1}(t)) + \frac{V_2}{4} (a_{n+2}(t) + a_{n-2}(t)) \right) e^{inkx} = 0. \quad (2.32)$$

Diese Gleichung ist nur dann erfüllt, wenn jeder Summand null wird. Aus dem Klammersausdruck folgt sofort die gewöhnliche Differentialgleichung erster Ordnung

$$i\hbar\dot{a}_n(t) = \frac{\hbar^2}{2m}n^2k^2a_n(t) + \frac{V_1}{4}(a_{n+1}(t) + a_{n-1}(t)) + \frac{V_2}{4}(a_{n+2}(t) + a_{n-2}(t)). \quad (2.33)$$

Mit der entsprechenden Anfangsbedingung liefert diese Gleichung alle Koeffizienten  $a_n$  des obigen Ansatzes, und die Wellenausbreitung ist somit vollständig beschrieben. Im Folgenden soll das Ergebnis kurz veranschaulicht werden. Zur Lösung verwenden wir einen standartisierten Runge-Kutta Löser (ode45), wie er in MATLAB integriert ist. Zur numerischen Integration bringen wir obige Differentialgleichung in die Matrixform

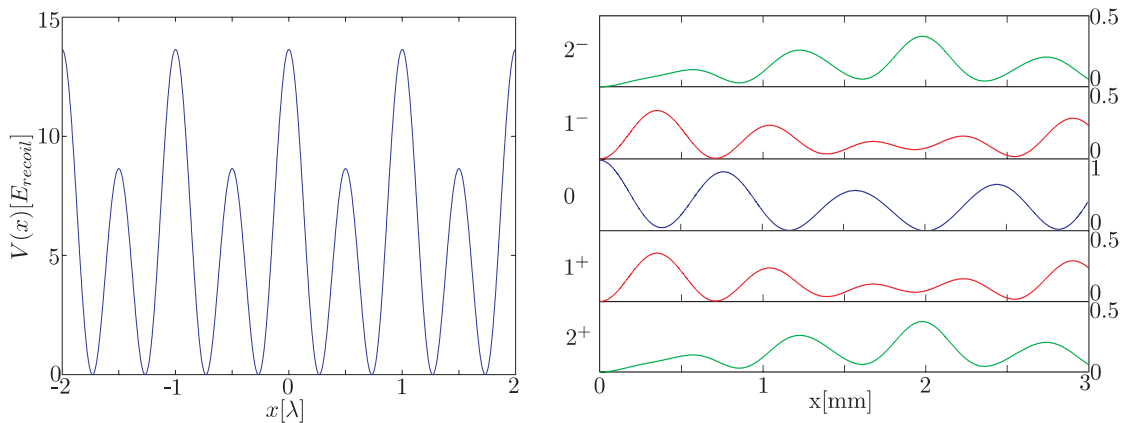
$$\begin{pmatrix} \dot{a}_{-n} \\ \vdots \\ \dot{a}_{-1} \\ \dot{a}_0 \\ \dot{a}_1 \\ \vdots \\ \dot{a}_n \end{pmatrix} = \frac{i}{\hbar} \begin{pmatrix} \frac{-n^2\hbar^2k^2}{2m} & \frac{V_1}{4} & \frac{V_2}{4} & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ \frac{V_1}{4} & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \frac{V_2}{4} & \ddots & \frac{\hbar^2k^2}{2m} & \frac{V_1}{4} & \frac{V_2}{4} & \ddots & 0 \\ 0 & \ddots & \frac{V_1}{4} & 0 & \frac{V_1}{4} & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \frac{V_2}{4} & \frac{V_1}{4} & \frac{\hbar^2k^2}{2m} & \ddots & \frac{V_2}{4} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \frac{V_1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{V_2}{4} & \frac{V_1}{4} & \frac{n^2\hbar^2k^2}{2m} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{-n} \\ \vdots \\ a_{-1} \\ a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}, \quad (2.34)$$

und lösen diese über ein Zeitintervall von  $t = 60 \mu\text{s}$  für die ersten 20 Beugungsordnungen ( $n = 20$ ). Bei einer Strahlgeschwindigkeit von  $v=50 \text{ m/s}$  entspricht dies einer Potentiallänge von drei Millimetern. Die Variablen des Potentials wurden als  $V_1 = 5 \cdot E_{recoil}$  und  $V_2 = 11 \cdot E_{recoil}$  angenommen. Als Anfangsbedingung wurde hierbei eine senkrecht einfallende, ebene Welle gewählt. Die Symmetrie der Beugungsordnungen in Abbildung 2.4 spiegelt die Verwendung von symmetrischen Potentialtöpfen wieder. Sind die Potentialmulden unterschiedlich tief, so wird diese Symmetrie gebrochen. In der Rechnung lässt sich dies durch eine zusätzliche Phase  $\phi$  integrieren, die für ein relatives Verschieben beider Stehwellen zueinander sorgt. Das Potential nimmt dafür die Form

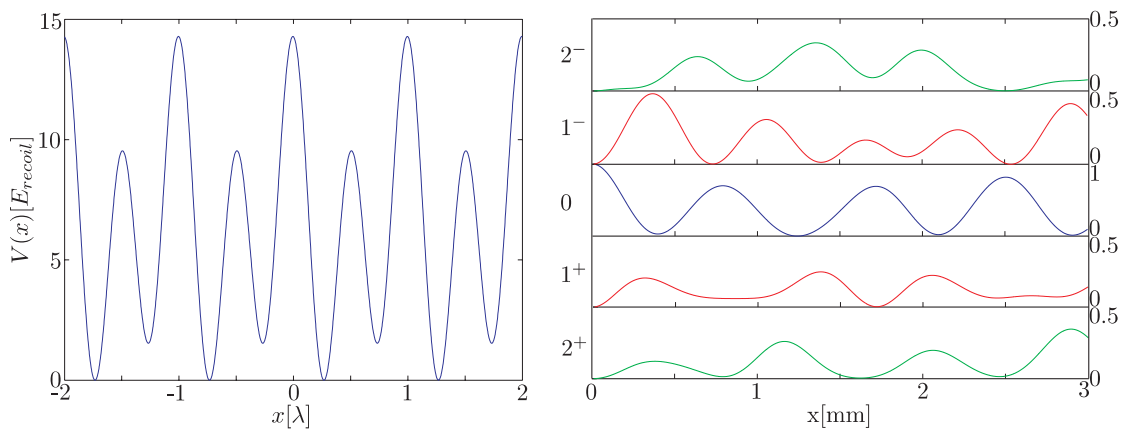
$$V(x) = V_1 \cos^2\left(\frac{k}{2}x + \phi\right) + V_2 \cos^2(kx) \quad (2.35)$$

an. Die Auswirkungen dieser ungleichen Potentialtöpfe sind in Abbildung 2.5 für eine Phase von  $\phi = \frac{\pi}{20}$  gezeigt.

Durch diesen signifikanten Unterschied ist man experimentell in der Lage, das Potential über die detaillierte Analyse der Beugungsordnungen zu symmetrisieren.



**Abbildung 2.4:** Links ist das symmetrische Doppelpotential zu sehen, in welchem sich eine senkrecht einfallende, ebene Welle ausbreitet. Rechts ist die Entwicklung der ersten beiden Beugungsordnungen ( $1^\pm$ ,  $2^\pm$ ) dargestellt. Die Symmetrie des Potentials zeigt sich dabei auch in den Oszillationen der einzelnen Ordnungen. Die Geschwindigkeit des Atomstrahls betrug für diese Rechnung  $v = 50$  m/s.



**Abbildung 2.5:** Ändert man die relative Phase beider Stehwellen, so ergibt sich ein unsymmetrisches Doppelpotential. Für die unterschiedlich tiefen Potentialtöpfe ist die Symmetrie der Oszillationen der Beugungsordnungen gebrochen.

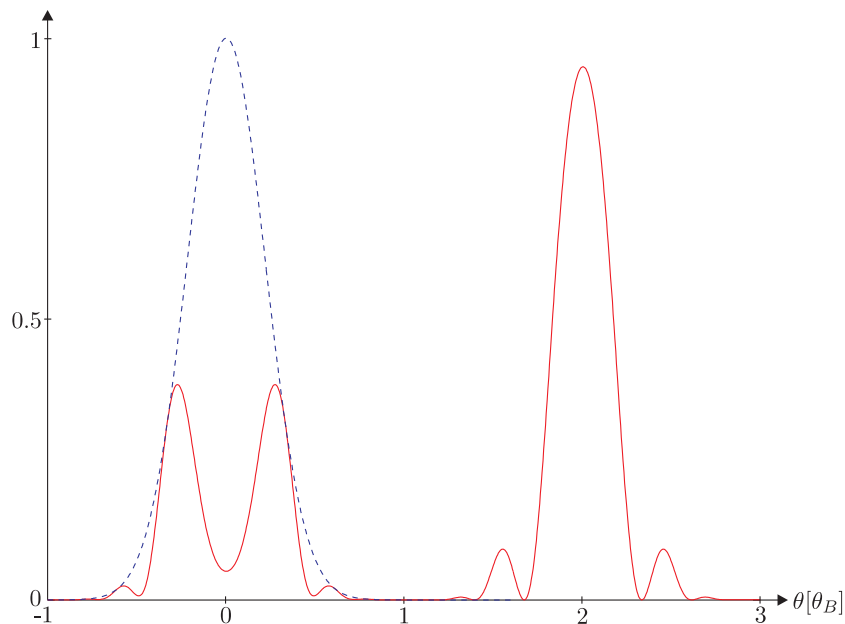
### 2.2.2 Bragg Beugung

Der vorhergehenden Betrachtung liegt zugrunde, dass der Atomstrahl senkrecht auf das Potential trifft. Um dies zu gewährleisten nutzt man die von W.H. Bragg gezeigten Beugung von Röntgenstrahlen an Kristallen aus. Diese wurde 1987 [15] erstmals für atomare Materiewellen beobachtet. Hierbei trifft der Atomstrahl nicht senkrecht auf das periodische Potential, sondern fällt ein unter dem Winkel

$$\sin \theta_B = \frac{\lambda}{2d}. \quad (2.36)$$

Dabei bezeichnet  $\lambda$  die deBroglie-Wellenlänge des einfallenden Strahls und  $d$  die räumliche Periodizität des Potentials. Der propagierende Strahl wird im Potential an den einzelnen Gitterebenen gebeugt. Jeder dieser Streupunkte kann als Zentrum einer Kugelwelle angesehen werden. Die Überlagerung dieser Kugelwellen interferieren für bestimmte Raumwinkel konstruktiv, für andere destruktiv. Ist das Potential schwach ( $V < E_{recoil}$ ), d.h. eine Bewegung der Atome in transversaler Richtung wird nicht verhindert (Channeling), so zeigt sich für im Braggwinkel  $\theta_B$  einfallende Atome, ein um den doppelten Winkel gebeugter Strahl. Im Experiment ist der Braggwinkel für den Argonstrahl ( $\lambda = 182$  pm,  $v = 50$  m/s) und eine stehende Lichtwelle aus  $\lambda_L = 811$  nm ( $d = 405.5$  nm) gleich  $\theta_B = 224$   $\mu$ rad.

Schließt man bei der Betrachtung eine transversale Geschwindigkeitsverteilung des



**Abbildung 2.6:** Die Breite des einfallenden Strahls (blau, gestrichelt) ist bestimmt durch die transversale Geschwindigkeitsverteilung. Die Winkelakzeptanz führt zu einem „Herausbeugen“ der ersten Beugungsordnung aus der Nullten (rot, durchgezogen). Die Größe der Strahlseparation beträgt  $2\theta_B$ .

Strahls, wie sie im Experiment gegeben ist, mit ein, so muss berücksichtigt werden,

dass nicht alle Atome unter dem Braggwinkel einfallen. Die dynamische Beugungstheorie beinhaltet diese Winkelakzeptanz und wie in [16] dargestellt, lässt sich die Intensität des gebeugten Strahls darstellen als

$$I_G(z, V_G, \theta) = \frac{\sin^2 \left( 2\pi |V_G^s| z^s \sqrt{\frac{1}{4} (\theta_i^s / |V_G^s|)^2 + 1} \right)}{\frac{1}{4} (\theta_i^s / |V_G^s|)^2 + 1}. \quad (2.37)$$

Dabei drückt  $z^s$  die Anzahl der Schnittpunkte mit den Gitterebenen des  $V_G^s \cdot E_{recoil}$  tiefen Potentials aus. Sie lässt sich ausdrücken durch  $z^s = \frac{z}{L_{Talbot}} = \frac{z\lambda}{2d^2}$ . Der Winkel  $\theta_i^s = \frac{\theta_B - \theta}{\theta_B}$  gibt die Abweichung vom Braggwinkel an. Die Rechnung liefert für eine Wechselwirkungstrecke  $z$  von drei Zentimeter und einem Potential  $V_G = 0.59 \cdot E_{recoil}$  das in Abbildung 2.6 gezeigte Bild. Die Breite der Winkelverteilung (blau) ist dabei durch die Spaltkollimation des Atomstrahls bestimmt. Die unterschiedlichen longitudinalen Geschwindigkeiten der Atome wurden hierbei vernachlässigt. Die im ursprünglichen Strahl verbleibende Intensität erhält man aus  $I_0(z, V_G, \theta) = 1 - I_G(z, V_G, \theta)$ .

## 2.3 Doppeltopfpotential

Aus dem vorhergehenden Abschnitt wird deutlich, dass man mit Licht in der Lage ist, Potentiale für Atome zu „formen“. Auf dem Gebiet der Quantenoptik macht man sich dies zunutze und erzeugt durch verschiedene Laserstrahl-Konfigurationen unterschiedlichste Potentiale. In unserem Experiment soll das Verhalten von Atomen in einem Doppeltopfpotential [8], wie es in Abbildung 2.7 zu sehen ist, untersucht werden. Um einen Überblick zu schaffen, wird dieses Potential im Folgenden näher charakterisiert.

Mathematisch ergibt sich ein w-förmiger Kurvenverlauf durch Addition einer quadratischen mit einer quartischen Funktion:

$$V(x) = -\frac{\alpha}{2}x^2 + \beta x^4, \quad (2.38)$$

wobei  $\alpha$  und  $\beta$  durch die Höhe der Potentialbarriere  $E_{\text{Barriere}}$  und die beiden Nullstellen  $\pm x_0$  des Doppeltopfes definiert sind:

$$\alpha = \frac{4E_{\text{Barriere}}}{x_0^2}, \quad \beta = \frac{E_{\text{Barriere}}}{x_0^4}. \quad (2.39)$$

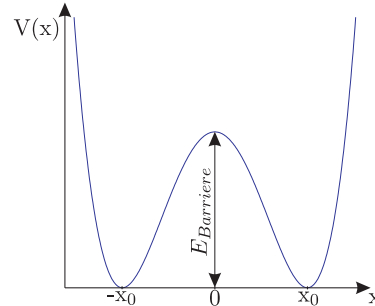
Die Einführung dieser Variablen ist zweckmäßig, um die dimensionslose theoretische Betrachtung in [8] mit unserer experimentellen Umgebung vergleichen zu können.

### 2.3.1 Eigenzustände

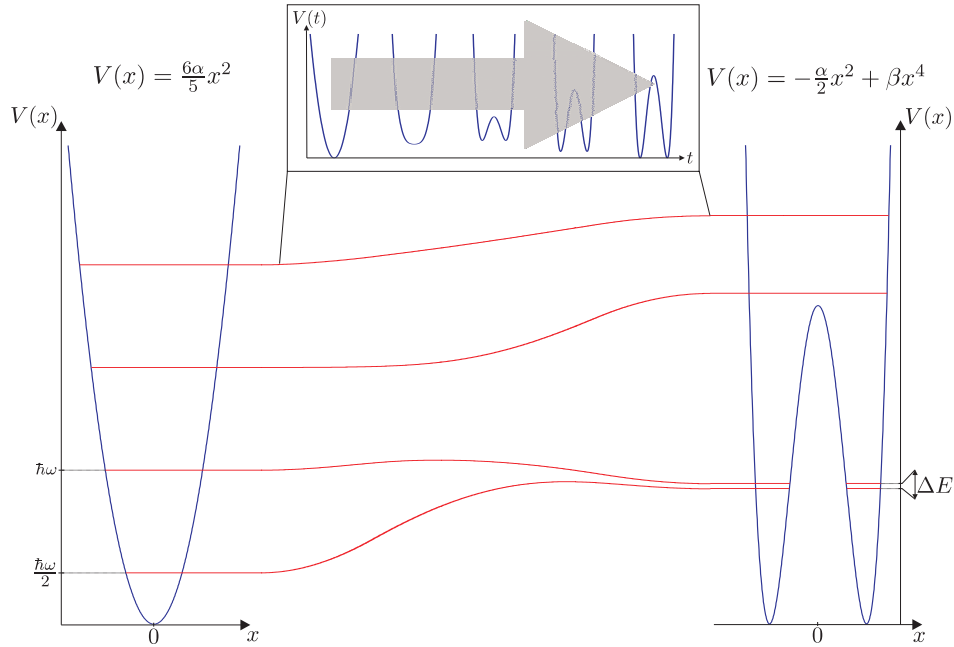
Um die interne Dynamik dieses Systems zu verstehen, ist eine genaue Kenntnis der Eigenzustände notwendig. Wir betrachten dazu den eindimensionalen, quantenmechanischen Fall. Für einen einzelnen Doppeltopf hat der Hamiltonoperator die Form

$$\hat{H}(x, p) = \frac{p^2}{2m} - \frac{\alpha}{2}x^2 + \beta x^4. \quad (2.40)$$

Eine analytische Lösung der Schrödingergleichung ist hierfür nicht mehr möglich. Die Eigenwerte und Eigenfunktionen des Doppeltopfsystems wurden deshalb auf numerischem Wege mittels der folgenden, kurz erläuterten, Methode bestimmt. Man löst die zeitabhängige Schrödingergleichung mit einer der bekannten Eigenfunktionen des harmonischen Oszillators als Anfangszustand und führt das Potential adiabatisch in einen Doppeltopf über [17]. Durch den adiabatischen Übergang stellt man sicher, dass der jeweilige Zustand Eigenzustand des Systems bleibt. Das Ergebnis dieser Rechnung ist für die ersten vier Eigenzustände in Abbildung 2.8 zu sehen. Als harmonisches Ausgangspotential wurde dabei  $V(x) = \frac{6\alpha}{5}x^2$  verwendet. Die Lösung zeigt, dass sich keine äquidistanten Eigenwerte wie beim harmonischen Oszillator ergeben, sondern sich unterhalb der Barriere Dubletts ausbilden, so dass benachbarte Eigenzustände energetisch sehr nahe beieinander liegen. Wie im Folgenden veranschaulicht wird, bestimmt die Energieaufspaltung  $\Delta E$  eines Dubletts maßgebend die Tunneldynamik dieses Systems.



**Abbildung 2.7:** Charakteristische Größen eines Doppeltopfpotentials



**Abbildung 2.8:** Entwicklung der Eigenwerte bei adiabatischem Übergang vom harmonischen Oszillator zum Doppelpotential.

### 2.3.2 Tunnelaufspaltung

Die erläuterten Dublettzustände sollen nun näher analysiert werden. Dazu sind in Abbildung 2.9 der Grundzustand und der erste angeregte Zustand mit den jeweils zugehörigen Eigenfunktionen dargestellt. Wie beim harmonischen Oszillator sind dies eine symmetrische  $|+\rangle$  und antisymmetrische  $|-\rangle$  Funktion. Für die weitere Betrachtung lassen sich diese in einer Basis aus links  $|l\rangle$  und rechts  $|r\rangle$  lokalisierten normierten Funktionen darstellen

$$|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|l\rangle + |r\rangle\} \cdot e^{-i\frac{E_+}{\hbar}t} \quad (2.41)$$

$$|-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|l\rangle - |r\rangle\} \cdot e^{-i\frac{E_-}{\hbar}t}, \quad (2.42)$$

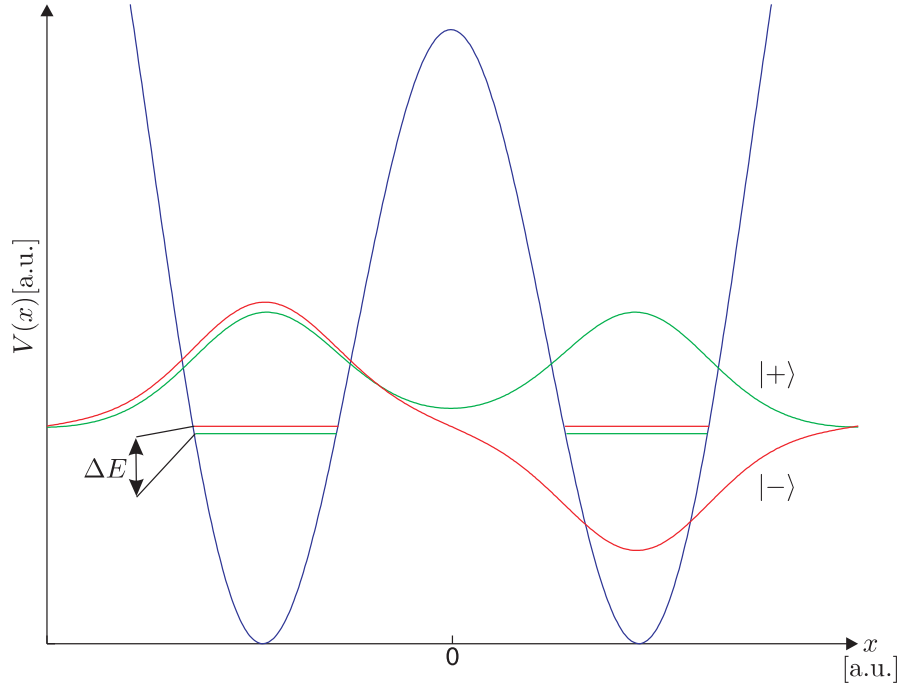
wobei  $E_+$  und  $E_-$  die Eigenenergien der Zustände darstellen. Als Startwellenfunktion präparieren wir einen im linken Topf lokalisierten Zustand  $|i\rangle$ . Dieser lässt sich zum Zeitpunkt  $t = 0$  als Linearkombination aus  $|+\rangle$  und  $|-\rangle$  darstellen.

$$|i\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|+\rangle + |-\rangle\} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}}\{|l\rangle + |r\rangle\} + \frac{1}{\sqrt{2}}\{|l\rangle - |r\rangle\} \right\} = |l\rangle \quad (2.43)$$

Berücksichtigt man die jeweiligen Zeitentwicklungsoperatoren der Zustände, so lässt sich  $|i\rangle$  zu einem beliebigen Zeitpunkt  $t$  darstellen als

$$|f\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ e^{-i\frac{E_+}{\hbar}t}|+\rangle + e^{-i\frac{E_-}{\hbar}t}|-\rangle \right\}. \quad (2.44)$$





**Abbildung 2.9:** Die Eigenfunktionen des Grundzustands  $|+\rangle$  und des ersten angeregten Zustands  $|-\rangle$  eines Doppelpotentials. Die Energieeigenwerte liegen  $\Delta E$  auseinander.

Um festzustellen, ob der Ausgangszustand durch die Potentialbarriere tunnelt, betrachten wir die Projektion von  $|f\rangle$  auf den rechts lokalisierten Zustand  $|r\rangle$ . Diese liefert uns die Wahrscheinlichkeitsamplitude, das Teilchen im rechten Topf zu finden

$$\langle r|f\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-i\frac{E_+}{\hbar}t} \left\{ \langle r|+\rangle + e^{-i\frac{\Delta E}{\hbar}t} \langle r|-\rangle \right\} = \frac{1}{2} e^{-i\frac{E_+}{\hbar}t} \left\{ 1 - e^{-i\frac{\Delta E}{\hbar}t} \right\} \quad (2.45)$$

mit der Tunnelaufspaltung  $\Delta E = E_- - E_+$ . Das Betragsquadrat daraus liefert schließlich die Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Teilchens im rechten Topf. Mit  $\Delta E = \hbar\omega$  liefert dies

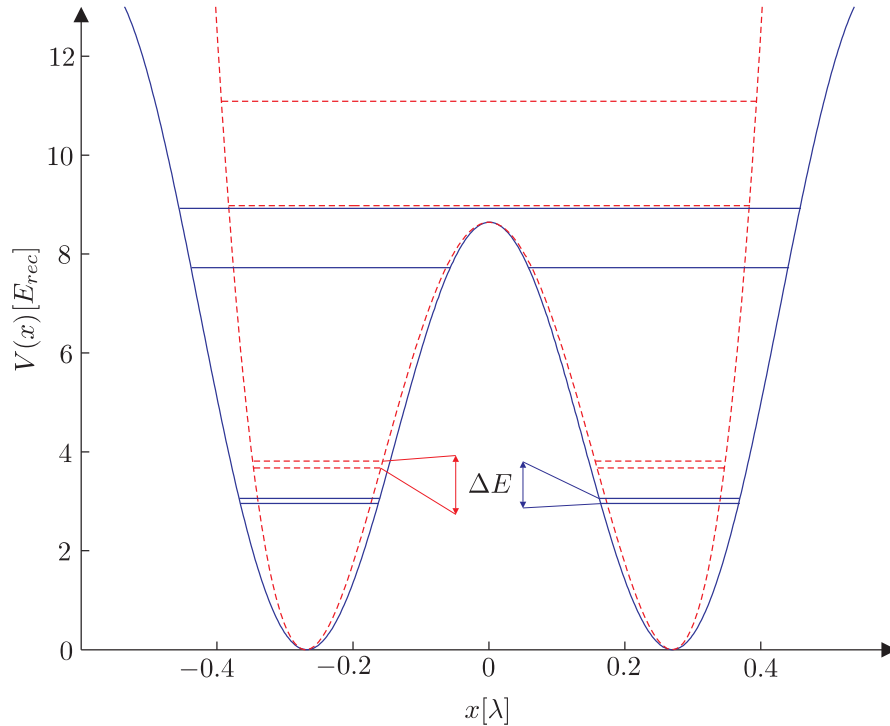
$$\begin{aligned} |\langle r|f\rangle|^2 &= \frac{1}{4} |1 - e^{-i\omega t}|^2 \\ &= \frac{1}{4} \left\{ (1 - e^{-i\omega t})(1 - e^{i\omega t}) \right\} \\ &= \frac{1}{4} \{2 - 2 \cos \omega t\} \\ &= \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos \omega t. \end{aligned} \quad (2.46)$$

Aus 2.46 wird deutlich, dass für Werte  $\omega t = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots$  der Ausgangszustand mit einer Wahrscheinlichkeit von eins im rechten Topf lokalisiert ist. Betrachtet man den zeitlichen Verlauf von  $|\langle r|f\rangle|^2$  so zeigt sich eine vollständig durchmodulierte Oszillation zwischen  $|l\rangle$  und  $|r\rangle$  mit der Frequenz  $\omega$ . Präpariert man also ein Atom in den Zustand  $|i\rangle$ , so wird man ein Tunneln zwischen den einzelnen Mulden des Doppelpotentials beobachten können.

### 2.3.3 Periodisches Doppeltopfpotential

Im Gegensatz zur Theorie erlaubt unser experimenteller Aufbau nicht die Erzeugung eines einzelnen Doppeltopfes, sondern, wie in Abschnitt 3.2 gezeigt wird, eine Aneinanderreihung vieler Doppeltopfe. Die Randbedingungen dieses periodischen Potentials unterscheiden sich dabei von denen eines einzelnen quartischen Doppeltopfes. Während für das Potential aus Gleichung 2.38 noch  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} V(x) = \infty$  gilt, so weist das experimentell erzeugte Potential endliche Höhen am Rande eines Doppeltopfes auf. Die neuen Randbedingungen führen uns zur Frage, welche Änderungen sich daraus für die Eigenwerte und dadurch für die Tunnelaufspaltung ergeben.

Das untersuchte periodische Doppeltopfpotential wird, wie in Gleichung 2.28, aus der



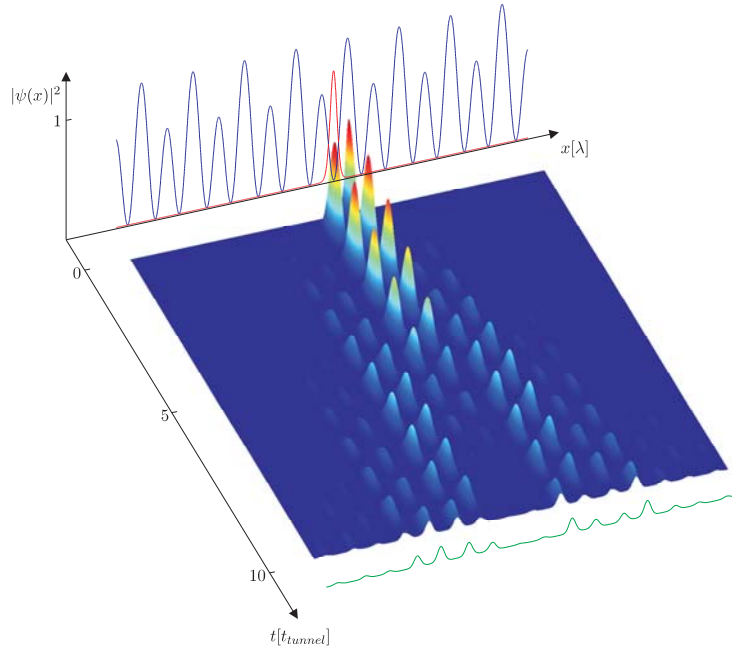
**Abbildung 2.10:** Vergleich der ersten vier Energieniveaus eines einzelnen Doppeltopfes (rot, gestrichelt) mit denen eines Arrays (blau, durchgezogen)

Überlagerung zweier stehenden Wellen, wobei eine die doppelte Periode hat, dargestellt:

$$V(x) = V_1 \cos^2\left(\frac{k}{2}x\right) + V_2 \cos^2(kx). \quad (2.47)$$

$V_1$  und  $V_2$  bestimmen dabei die Tiefe des Potentials und somit die Lage der Eigenzustände des Potentials. Als wesentliches Kriterium der Variablenwahl galt die Anzahl der Dubletts unterhalb der Energiebarriere, welche hier auf eins beschränkt sein soll, und die aus der Tunnelaufspaltung resultierende Tunnelzeit. Die Eigenzustände dieses Potentials erhält man durch Diagonalisieren des Hamiltonoperators aus Gleichung 2.34. In Abbildung 2.10 sind die ersten vier Zustände sowohl für den einzelnen Doppeltopf

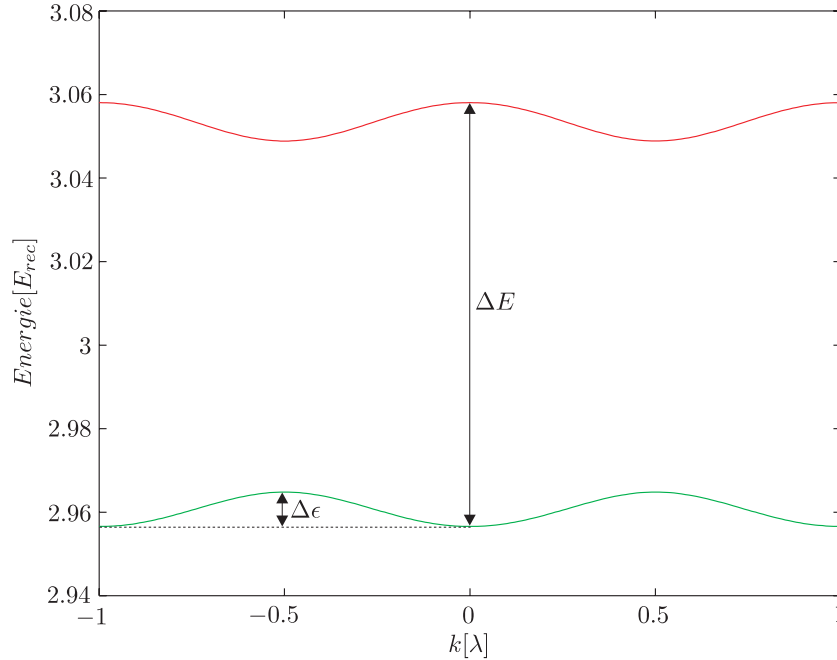
(rot, gestrichelt) als auch für die periodische Struktur (blau, durchgezogen) gezeichnet. Für das periodische Doppeltopfpotential wurde  $V_1 = 5 \cdot E_{recoil}$ ,  $V_2 = 11 \cdot E_{recoil}$  und eine Wellenlänge von 811 nm angenommen. Der quartische Doppeltopf aus Gleichung 2.38 wurde dabei so angepasst, dass er in den Nullstellen  $x_0 = \pm 0.27 \cdot \lambda$  und der  $E_{Barriere} = 8.64 \cdot E_{recoil}$  mit dem periodischen Potential übereinstimmt. Dabei ist  $E_{recoil}$  die Energie, die ein Atom bei der Wechselwirkung mit einem Laserphoton aufnimmt. Wie zu erwarten, bewirkt die endliche Potentialhöhe am Rand des periodischen Topfes eine Verringerung der Eigenenergien bzw. der Tunnelaufspaltung  $\Delta E$ . Die Rechnung liefert für das quartische Potential ein  $\Delta E$  von  $0.1381 \cdot E_{recoil}$ . Die Aufspaltung verringert sich für das periodische Potential auf  $\Delta E = 0.1015 \cdot E_{recoil}$ . Für ein Argonatom, das in den Zustand  $|i\rangle$  präpariert wird, führt dies zu einer Tunnelzeit von  $t_{tunnel} = 1.3$  ms. Dieses Ergebnis wurde durch eine numerische Simulation veranschaulicht, welche die Ausgangswellenfunktion durch eine Fourier-Split-Step-Methode (siehe Anhang A.2) über die Zeit propagiert. In der Rechnung wird dabei ein Potential aus sieben Doppeltopfen verwendet, wobei als Startwellenfunktion eine Superposition aus den ersten beiden Eigenfunktionen (siehe Gleichung 2.43) gewählt wurde. Um die Dynamik besser veranschaulichen zu können, wurde die ebenfalls periodische Startwellenfunktion dahingehend abgeändert, dass nur ein Topf der Potentialkette besetzt wird. In Abbildung 2.11 ist deutlich zu erkennen, dass das Wellenpaket durch die Potentialbarriere des Doppeltopfes tunnelt und nach der Zeit  $t = \frac{t_{tunnel}}{2}$  auf der anderen Seite zu finden ist. Überlagert wird dieser Prozess von dem Tunneln durch die höhere Energiestufe zwischen zwei Doppeltopfen, allerdings - wie zu erwarten - auf einer längeren Zeitskala.



**Abbildung 2.11:** Dynamik eines im rechten Topf präparierten Wellenpaketes (rot), aufgetragen in Zeiteinheiten von  $t_{tunnel}$ . Nach zehn Tunnelzeiten ist das anfänglich lokalisierte Paket zerflossen (grün).

### 2.3.4 Bandstruktur

Für das periodische Doppeltopfpotential lässt sich die Dispersionsrelation in Form des Bänderschemas darstellen. Die Lösung der Schrödingergleichung 2.24 für den stationären Fall liefert die Eigenzustände für den jeweiligen Wellenvektor  $k$  und somit das Energieband des zugehörigen Zustands. Die ersten beiden Energiebänder sind in Abbildung 2.12 zu sehen. Die Tunnelaufspaltung  $\Delta E$  ergibt sich daraus zu  $0.1015 \cdot E_{recoil}$  (vgl. vorheriges Kapitel). Die Energiebreite des ersten Bandes  $\Delta\epsilon = 0.0082 \cdot E_{recoil}$  beschreibt in



**Abbildung 2.12:** Die beiden ersten Energiebänder für das periodische Doppeltopfpotential. Die Aufspaltung  $\Delta E$  bestimmt die Zeitskala für das Tunneln durch die Potentialbarriere.  $\Delta\epsilon$  legt die Dynamik durch das periodische Potential fest.

diesem Bild die Propagation von einem Doppeltopf zum Nächsten. Ein Wellenpaket in einem der Töpfe wandert also mit einer um den Faktor 12 kleineren Wahrscheinlichkeit durch die größere Barriere. Dieser Effekt ist bereits in obiger Simulation zu sehen. Er wird jedoch überlagert von dem schnelleren Tunneln durch die kleine Energiebarriere. Im nächsten Kapitel wird dieser Transfer jedoch unterdrückt, und es sollte die längere Oszillation sichtbar werden (vgl. Abb 2.13). Da das Potential hierbei gestört wird, bleibt die Dynamik durch das Potential jedoch nicht unberührt. Die Größenordnungen bleiben jedoch erhalten.

## 2.4 Coherent destruction of tunneling

Das angestrebte Ziel des Experimentes ist es, wie in [8] gezeigt, kontrolliert in die Dynamik des Doppeltopfsystems einzugreifen und den Tunnelprozess zu unterdrücken. Erreichen lässt sich dies durch starkes Treiben mittels einer räumlich linearen und zeitlich periodischen Störung. Der Hamiltonoperator wird dazu um den Term der Störung

$$H_{\text{Störung}} = xS \sin(\Omega t) \quad (2.48)$$

erweitert. Charakterisiert ist diese Störung dabei über die Amplitude  $S$  und die Frequenz  $\Omega$ . Der Parameterraum für diese Variablen ist sehr kritisch und wird in [18] detailliert besprochen. Das stark getriebene System lässt sich nicht mehr störungstheoretisch beschreiben. Einen Zugang zum Lösen der Schrödingergleichung mit dem gestörten Hamiltonoperator bietet der Floquet Formalismus. Dieser liefert die so genannten Quasienergien der neuen Eigenzustände, wodurch sich die Aufspaltung des Grundzustands und des ersten angeregten Zustands  $\Delta E$  im Rahmen einer Zwei-Moden-Theorie durch eine effektive Tunnelaufspaltung  $\Delta E_{\text{eff}}$  beschreiben lässt

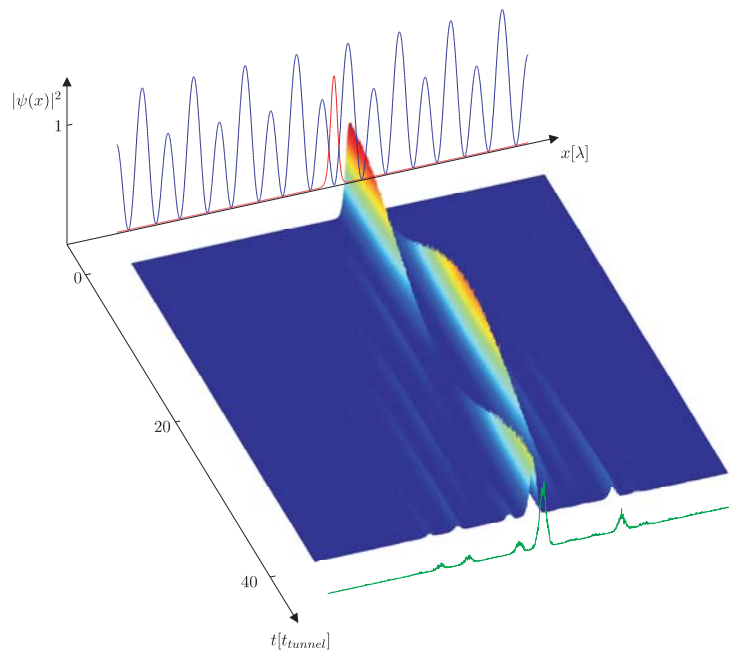
$$\Delta E_{\text{eff}} = J_0(\hat{\epsilon}/\Omega)\Delta E. \quad (2.49)$$

Dabei ist  $J_0$  die Besselfunktion nullter Ordnung und  $\hat{\epsilon}$  ist über das Matrixelement  $S_{\text{skal}}\langle +|x|-\rangle = \hat{\epsilon}/2$  definiert. Betrachten wir nun den Extremfall  $\Delta E_{\text{eff}} = 0$ , d.h. die ersten beiden Floquetzustände sind energetisch entartet und das Tunneln wird vollständig unterdrückt. Um dies zu erreichen muss die Besselfunktion in Gleichung 2.49 ihre Nullstelle annehmen. Da diese bekannt ist, lässt sich daraus die Beziehung  $\hat{\epsilon}/\Omega \approx 2.40482$  finden. Die Amplitude der Störung ist somit durch

$$S = C_{\text{skal}} \frac{2.40482}{2\langle +|x|-\rangle} \Omega \quad (2.50)$$

vollständig bestimmt, wobei  $C_{\text{skal}} = \sqrt{m\omega_0\hbar}$  für die Skalierung auf unsere experimentellen Dimensionen notwendig ist. Das Intervall für  $\Omega$  ist dabei auf den Bereich zwischen der Frequenz  $\omega = \Delta E/\hbar$  der Tunnelaufspaltung und, um Anregungen in höhere Zustände zu vermeiden, dem Abstand zum zweiten angeregten Zustand  $\omega_0$  beschränkt.

Die Störung  $H_{\text{Störung}}$  wurde in die Simulation aus Kapitel 2.3.3 integriert. Im Gegensatz zu den theoretischen Betrachtungen in [8] ist hier die Dynamik im periodischen Potential untersucht. Das Ergebnis der Berechnung ist für  $\Omega = 2\pi \cdot 10$  kHz ( $\omega = 773.8$  Hz,  $\omega_0 = 50$  kHz) und  $S = 4.3906 \cdot 10^{-23}$  N in Abbildung 2.13 gezeigt. Es ist deutlich zu erkennen, dass ein Tunneln durch die Potentialbarriere eines Topfes wie in Abbildung 2.11 nun nicht mehr stattfindet. Unsere Ausgangsfunktion tunnelt nun durch die höhere Barriere auf einer um einen Faktor 40 größeren Zeitskala zwischen zwei benachbarten Doppeltopfpotentialen. Da die Resonanzbedingung unserer Störung auch für den benachbarten Topf hinreichend gut erfüllt ist, wird ein Durchdringen der Barriere dort ebenfalls verhindert und der Zustand gelangt wieder in den ursprünglichen Topf zurück.



**Abbildung 2.13:** Das gestörte System zeigt kein Tunneln durch die Potentialbarriere eines Topfes (vgl. Abb. 2.11). Stattdessen tunnelt das Teilchen auf einer längeren Zeitskala zwischen zwei Doppeltopfpotentialen.

# Kapitel 3

## Experimenteller Teil

### 3.1 Aufbau des Experiments

#### Überblick

Die gesamte Anlage zur Erzeugung eines intensiven Strahls langsamer Argonatome lässt sich in mehrere Bereiche einteilen. Sie wurde ursprünglich von A. Schnetz [19] an der Universität Konstanz aufgebaut, über die Diplomarbeit von M. Störzer [20] erweitert und im Rahmen der Diplomarbeit von M. Göbel [10] nach Heidelberg umgezogen. Detailliert auf jede Komponente einzugehen würde den Rahmen dieser Arbeit übersteigen, deshalb soll hier nur ein Überblick gegeben werden. Ausführlichere Informationen finden sich in den obigen Arbeiten.

Zum besseren Verständnis wird der Weg der Atome durch die Apparatur (siehe Abbildung 3.2) kurz erläutert: Das Argongas (siehe A.1) wird einer handelsüblichen Gasflasche entnommen und über ein Nadelventil in die durch flüssigen Stickstoff gekühlte Quelle geleitet. Dort brennt eine Gasentladung, die einen Teil der Atome in den metastabilen Zustand  $1s_5$  mit einer Lebensdauer von zirka 38 Sekunden anregt. Weitere Argonatome werden nach Austreten aus der Quelle von in Propagationsrichtung beschleunigten Elektronen angeregt. Nach Durchqueren einer differentiellen Pumpstufe gelangen die Atome in die zweite Kammer, in der sie über eine zwei-dimensionale optische Kollimation gebündelt werden. Im Anschluss durchläuft der Atomstrahl einen Zeeman-Slower, wo die ursprüngliche mittlere Geschwindigkeit von 310 m/s auf etwa 68 m/s abgebremst wird. Danach wird der Strahl in der größten Kammer der Apparatur von einer zweidimensionalen magneto-optischen-Falle (Funnel) eingefangen und abgelenkt. Der ungewollte ebenfalls in der Quelle erzeugte metastabile Zustand  $1s_3$  sowie erzeugte UV-Photonen fliegen dagegen geradeaus weiter und treffen dort auf ein Channeltron, welches bei ausgeschaltetem Funnel den gesamten Fluss misst. Der abgelenkte Atomstrahl wird in einer zweiten Stufe des Funnels weiter abgekühlt und komprimiert. Durch eine aus zwei vertikalen Spalten bestehende Kollimationsstufe gelangen die Atome schließlich in die Experimentierkammer und nach weiteren 90 cm Flugstrecke treffen sie auf den Detektor.

### 3.1.1 Vakuum

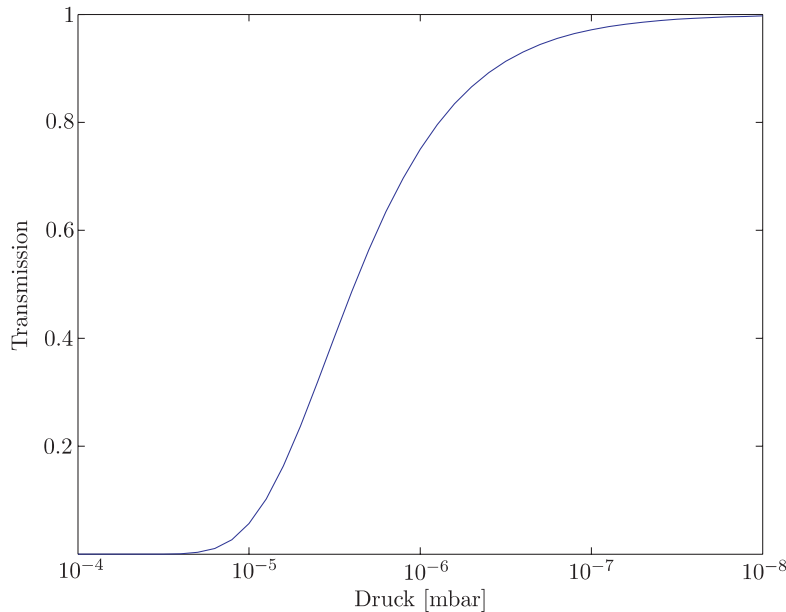
Der oben beschriebene Weg durch die Apparatur beträgt zirka drei Meter. Da Stöße der Argonatome mit dem Hintergrundgas jede Form eines gerichteten Strahls verhindern würden, wird der Strahl im Vakuum geführt.

#### Mittlere freie Weglänge

Die mittlere freie Weglänge gibt die Strecke wieder, die ein Atom im betrachteten Volumen durchschnittlich zurücklegt, ohne mit einem Atom des Hintergrundgases zu stoßen und damit aus der Propagationsrichtung gestreut zu werden. Das hierfür betrachtete Modell basiert auf folgenden Annahmen: Die Streukonstituenten sind kugelförmig, wobei das Hintergrundgas mit Stickstoffmolekülen (Moleküldurchmesser  $d_{N_2}=3.11\text{Å}$  [21]) idealisiert wurde und sich damit ein Wirkungsquerschnitt  $\sigma = \pi(r_{N_2} + r_{Ar})^2$  mit Argonatomen im Grundzustand (Van-der-Waals Radius  $r_{Ar}=1.74\text{Å}$  [21]) von  $3.41 \cdot 10^{-19} \text{ m}^2$  ergibt. Außerdem wurden die unterschiedlichen kinetischen Energien der beteiligten Atome ( $E_{kin,Ar} = 2.99 \cdot 10^{-23} \text{ J}$ ,  $T_{Ar} = 1.44 \text{ K}$ ) und Moleküle ( $E_{kin,N_2} = 6.07 \cdot 10^{-21} \text{ J}$ ,  $T_{N_2} = 293 \text{ K}$ ) berücksichtigt. Die mittlere freie Weglänge  $\Lambda$  errechnet sich daraus wie folgt:

$$\Lambda = \frac{k_B T_{N_2}}{\sigma p} \sqrt{\frac{T_{Ar} m_{N_2}}{T_{N_2} m_{Ar}}}. \quad (3.1)$$

Die Abbildung 3.1 zeigt die Transmission des Argonstrahls in Abhängigkeit vom Druck des Hintergrundgases. Für effiziente Messungen ist mindestens ein Druck von  $10^{-6}$  mbar nötig.

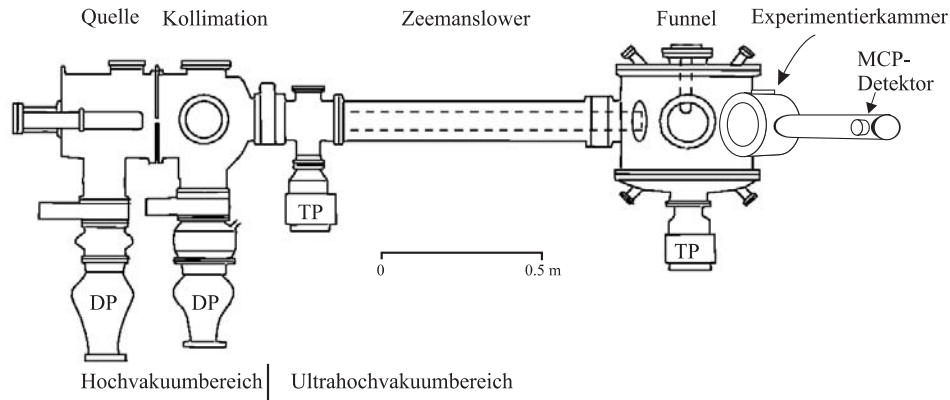


**Abbildung 3.1:** Die Transmission des Atomstrahls durch das Hintergrundgas. Der zurückgelegte Weg beträgt dabei drei Meter. Über eine Größenordnung hinweg  $10^{-5} - 10^{-6}$  mbar variiert die Transmission um 70%.



## Aufbau

Das für das Experiment nötige Vakuum wird durch mehrere Pumpsysteme erzeugt. Die Anlage lässt sich in zwei Bereiche unterteilen. Die beiden ersten Kammern, in denen sich die Quelle und die Kollimation befinden, werden jeweils durch eine Kombination aus Drehschieberpumpe und Öldiffusionspumpe evakuiert. Im Falle der ersten Kammer ist dies eine wassergekühlte Diffusionspumpe (Fa. Alcatel, 2063) mit einer Saugleistung von 2350 l/s. Diese Leistung ist nötig, da die Kammer über ein Nadelventil mit der Argongasflasche verbunden ist und somit ein hohes Gasaufkommen kompensiert werden muss. Die Kollimationskammer ist über eine differentielle Pumpstufe (Blendendurchmesser 1 mm) von der Quellkammer getrennt und wird mit einer leistungsschwächeren (700 l/s) stickstoffgekühlten Pumpe (Fa. Alcatel, Crystal 162) in den niedrigen Hochvakuumbereich gepumpt. Im stand-by Betrieb bleiben diese Kammern ungepumpt und das erzeugte Vakuum ist durch ein Ventil vom Atmosphärendruck getrennt. Um den Betriebszustand herzustellen, wird das Volumen über ein Bypassventil von den Vorpumpen auf einen Druck von  $10^{-2}$  mbar gebracht. Dies ist als Vordruck ausreichend für die Diffusionspumpen, welche nach dem Einschalten den Druck schnell auf zirka  $6 \cdot 10^{-6}$  mbar erniedrigen. Der zweite Teil, bestehend aus Zeeman-Slower, Funnel, Experimentierkammer



**Abbildung 3.2:** Schematischer Aufbau der Atomstrahlanlage. Die unterschiedlichen Druckbereiche werden durch Diffusionspumpen (DP) bzw. Turbomolekularpumpen (TP) erzeugt.

mer und Detektor, wird permanent von zwei Turbomolekularpumpen (Balzers TPU 520 M 300 l/s und Turbodragpumpe Balzers TPU 020 18 l/s) auf etwa  $10^{-8}$  mbar abgepumpt, was einen hohen, nicht durch Hintergrundgasstöße limitierten atomaren Fluss ermöglicht. Die beiden Teile werden durch ein mechanisches Ventil voneinander getrennt was bei den öfter anfallenden Wartungsarbeiten an der Quelle ein Aufrechterhalten des UHV ermöglicht.

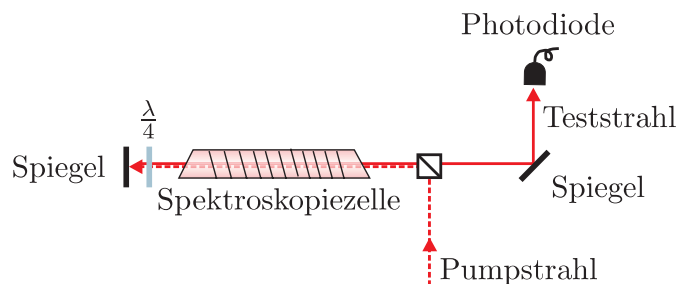
### 3.1.2 Lasersystem

Die Lasersysteme sind separat auf einem optischen Tisch installiert, wobei das Licht über optische Fasern (Wirkungsgrad  $\approx 70\%$ ) zur Anlage geführt wird. Hierbei lassen sich zwei Teilbereiche unterscheiden. Zum einen ist dies das benötigte Laserlicht für die Präpa-

ration des Argonatomstrahls, zum anderen werden dadurch im Experiment benötigte Potentiale realisiert. Für die Präparation findet ein verstärkter Diodenlaser (Fa. Toptica, TA 100) mit 400 mW Lichtleistung Verwendung, dessen Licht auf Kollimator, Zeeman-Slower und Funnel (siehe Abb. 3.6) verteilt wird. Er wird mit einer Wellenlänge von 811 nm betrieben (siehe A.1). Für die Stehwellenkonfiguration kommt sowohl ein TiSa-Laser (Fa Coherent, MBR 110) als auch ein selbstgebauter gitterstabilisierter Diodenlaser der Wellenlänge 801 nm zum Einsatz. Um die Diodenlaser kontinuierlich auf der Resonanzfrequenz zu betreiben, werden sie über dopplerfreie Sättigungsspektroskopie an metastabilen Argonatomen stabilisiert. Über einen elektronischen Regelkreis aus Lock-In-Verstärker und PI-Regler, wird dabei die Länge des externen Resonators des Diodenlasers variiert und die emittierte Wellenlänge somit konstant gehalten. Der Festkörperlaser wird durch seinen integrierten Resonator frequenzstabilisiert.

### Dopplerfreie Sättigungsspektroskopie

Die Spektrallinien von thermischen Gasatomen sind gegenüber der natürlichen Linienbreite aufgrund des Doppler-Effektes stark verbreitert, was ein wesentliches Hindernis bei der Messung scharfer Resonanzlinien darstellt. Mittels des Lasers ist es jedoch möglich, die Dopplerverbreiterung auszuschalten. Hierfür verwendet man den von Hänsch [22] vorgeschlagenen und in Abbildung 3.3 gezeigten Aufbau. Die verwendete Lichtleistung ist dabei niedrig zu halten, um stimulierte Emissionen der Atome aus dem angeregten Zustand gering zu halten (Sättigungsverbreiterung). Ein Pumpstrahl durchläuft eine Glaszelle, in der sich das jeweilige Gas befindet. Der, in unserem Fall, reflektierte Teststrahl ist dem Pumpstrahl überlagert und seine Intensität wird über eine Photodiode gemessen. Die in dem Glaszylinder eingeschlossenen Gasatome genügen dabei der Maxwell'schen Geschwindigkeitsverteilung. Der Pumpstrahl ist mit Atomen der Geschwindigkeit  $v = c(1 - \omega/\omega_0)$ , der Teststrahl mit Atomen der Geschwindigkeit  $v = -c(1 - \omega/\omega_0)$  resonant, wobei  $v$  die Geschwindigkeit längs der Laserachse ist. Stimmt die Laserfrequenz  $\omega$  mit der Frequenz  $\omega_0$  des atomaren Übergangs überein, so wechselwirken beide Strahlen mit der gleichen Geschwindigkeitsklasse von Atomen, nämlich jener mit longitudinaler Geschwindigkeitskomponente  $v = 0$ . Der Pumpstrahl wird dabei den Grundzustand der jeweiligen Geschwindigkeitsklasse entleeren, wodurch der Teststrahl ein transparentes Medium vorfindet. Der Pumpstrahl „brennt“ also eine Art Loch in die Absorptionslinie. Die an der Photodiode gemessene Intensität des Laserlichts hat somit ein Maximum, wenn der Laser sich in Resonanz mit der Übergangsfrequenz eines Atoms mit  $v = 0$



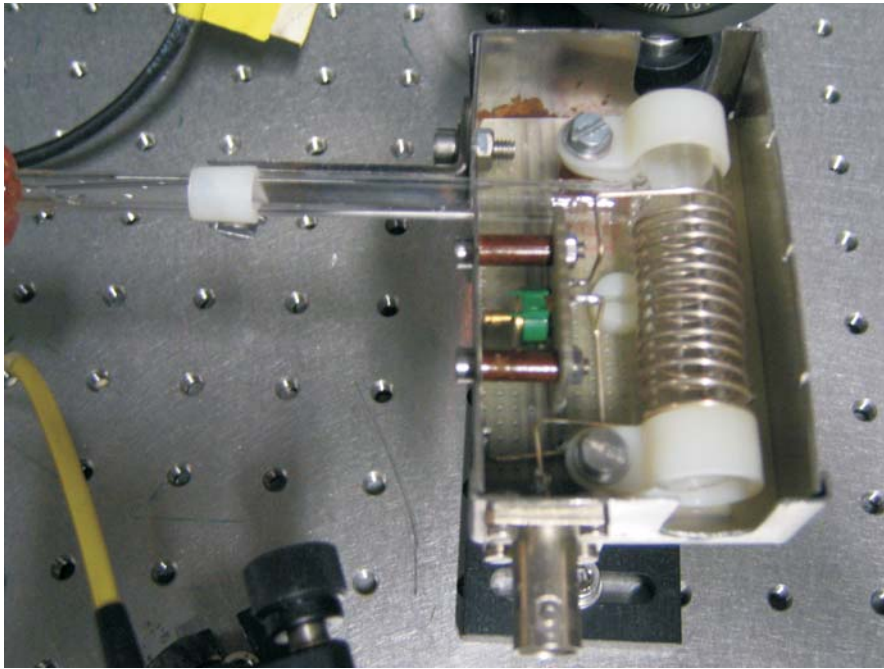
**Abbildung 3.3:** Aufbau einer dopplerfreien Sättigungsspektroskopie.

befindet. Die Breite des hier auftretenden so genannten Lamb Dip liegt dabei in der Größenordnung der natürlichen Linienbreite.

Auf das so gemessene Maximum lässt sich, aufgrund des gleichen Vorzeichens links und rechts des Sollwertes nicht direkt regeln. Deshalb wird es über einen Lock-In Verstärker differenziert, wodurch das Maximum im Nulldurchgang der Flanke liegt. Dieser Vorzeichenwechsel beiderseits des Maximums erlaubt es nun über einen PI-Regler darauf zu regeln. Die für den Lock-In Verstärker nötige Modulation des Signals erfolgt über die Strommodulation der Laserdioden.

### Rf-Spektroskopiezelle

Die benötigte Spektroskopiezelle wurde im Rahmen dieser Arbeit in Anlehnung an einen Vorschlag von [23] nachgebaut. An dem verwendeten Glaszylinder (15×65 mm) ist ein

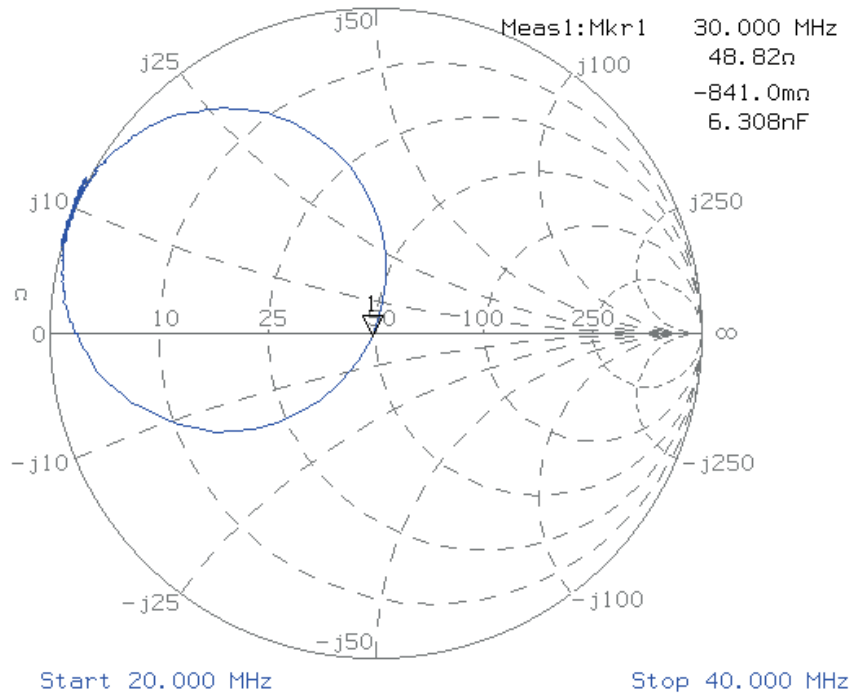


**Abbildung 3.4:** Rf-Spektroskopiezelle mit Schwingkreis aus Induktivität und variablem Kondensator.

weiteres Glasrohr angebracht, über welches der Druck in der Zelle durch eine Drehschieberpumpe auf etwa 0.1 mbar gehalten wird und die Argonatome in die Zelle gelangen. Der Tubus ist umgeben von einer Spule aus 13 Windungen Silberdraht. Diese Induktivität bildet zusammen mit einem variablen Kondensator einen Schwingkreis. Für eine resonante Anregung dieser Schaltung wird das Signal eines spannungsabhängigen Oszillators (VCO, Fa. mini-circuits, POS-50) bei 30 MHz über einen Verstärker (Fa. mini-circuits, ZHL-3A) an den Kreis angelegt. Zu Beachten ist beim Einsatz dieses Verstärkers, dass der Ausgang auf 50  $\Omega$  terminiert wird. Andernfalls wird nicht die volle Leistung von einem Watt in dem Schwingkreis umgesetzt, sondern es wird ein Teil der Leistung reflektiert. Je nach Höhe der zurücklaufenden Leistung kann der Verstärker dabei zerstört

werden. Quantitativ lässt sich dies wie folgt erfassen: Ausgehende und reflektierte Welle bilden auf der Leitung eine stehende Welle aus, deren Quotient aus Maximum und Minimum das so genannte Stehwellenverhältnis (SWR) bilden. Für allgemeine Anforderungen ist ein SWR von drei akzeptabel.

Der 50  $\Omega$  Abgleich wurde an einem RF Netzwerk Analysator (Fa. Agilent, 8714ET) vorgenommen. Nach der Kalibrierung des Gerätes, wurde ein zu messendes Frequenzintervall von 20-40 MHz eingestellt. Das resultierende Smith-Diagramm ist in Abbildung

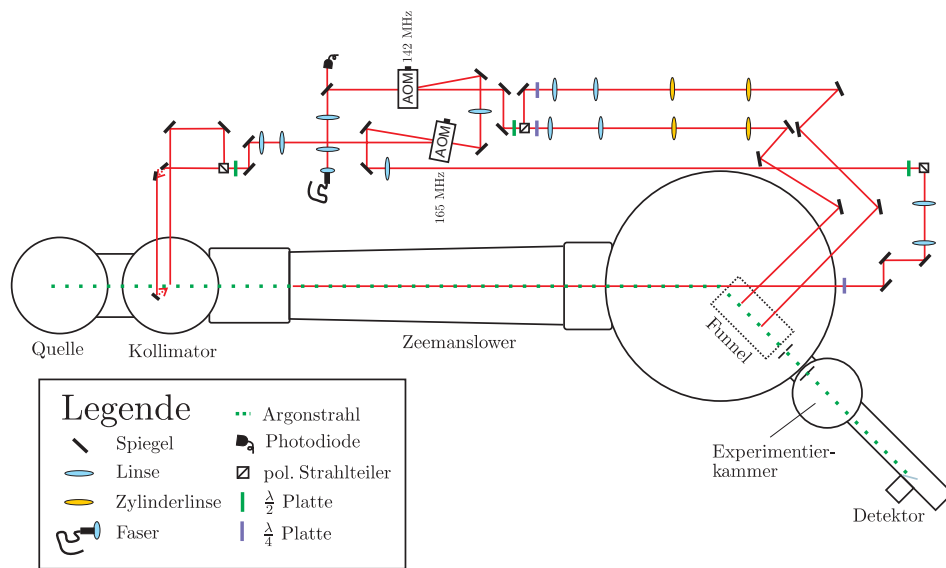


**Abbildung 3.5:** Smith-Diagramm der abgeglichenen Spektroskopiezelle für ein Frequenzband von 20-40 MHz. Die Markierung bei 30 MHz zeigt einen reellen Widerstand von 48.82  $\Omega$ .

3.5 dargestellt. Die reelle Achse teilt dabei die Kreisscheibe in ein induktives (oben) und ein kapazitives (unten) Segment. Die 30 MHz Markierung gibt einen reellen Widerstand von 48.82  $\Omega$  an.

### 3.1.3 Optischer Weg zur Präparation des Atomstrahls

Für den Betrieb des Funnels ist, aufgrund des Dopplereffektes um 18 MHz gegenüber der Resonanzfrequenz rotverschobenes Laserlicht notwendig. Dies erreicht man dadurch, dass das Licht auf dem Weg zur Spektroskopiezelle mittels zweier akusto-optischer Modulatoren (AOM) blau verstimmt wird und auf das daraus resultierende Fehlersignal geregelt wird. Das Licht des Lasers ist somit um 18 MHz rot verstimmt und wird dann durch eine Glasfaser ans Experiment geführt. Da der Kollimator und Zeeman-Slower ebenfalls von dieser Lichtquelle gespeist werden, aber andere Frequenzen benötigen ist der Einbau von zwei weiteren AOMs notwendig. Ersterer liefert in der minus ersten Beugungsordnung



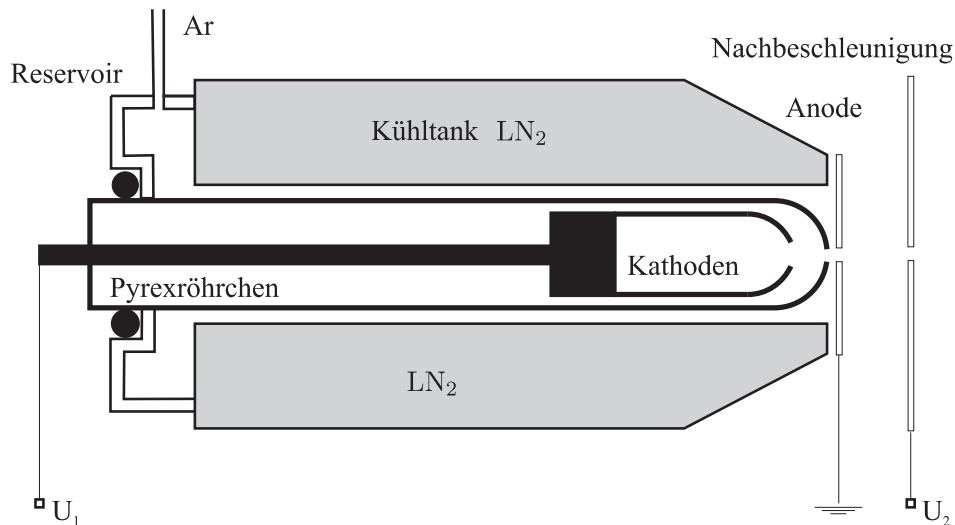
**Abbildung 3.6:** Aufsicht der Vakuumkammern mit skizziertem Verlauf des Präparationslasers.

um weitere 142 MHz verschobenes Laserlicht, welches für den Zeeman-Slower verwendet wird. Für den Kollimator wird um 5 MHz blauverstimmtes Licht benötigt, welches durch den zweiten AOM erzeugt wird. Jeder Zweig wird, wie in Abbildung 3.6 gezeigt, im Anschluss durch Teleskope optisch aufbereitet und über  $\lambda/2$ - bzw.  $\lambda/4$ -Platten richtig polarisiert.

### 3.1.4 Erzeugung und Präparation des Atomstrahls

#### Quelle

Die im Experiment verwendete Quelle wurde in Anlehnung an die von [24] vorgestellte Strahlquelle für metastabiles Neon nachgebaut. Hierbei wird versucht, die Erwärmung des Gases durch die Entladung minimal zu halten. Dies erfolgt durch eine Trennung von Entladungs- und Anregungszone. Ein Schnitt durch die Quelle ist in Abbildung 3.7 zu sehen. Die Argonatome werden am hinteren Ende der Quelle zugeführt und strömen dann durch einen 0.5 mm schmalen Spalt zwischen Kühltank und Pyrexröhrchen zur Anode. Ein Teil der von flüssigem Stickstoff gekühlten Atome verlässt die Quelle über die Anode, der Rest wandert in das Glasrohr zu den Kathoden. Zwischen den Kathoden und der Lochanode brennt bei geeignetem Druck aufgrund der anliegenden Spannung von  $U_1 = -380$  V ( $I_1 = 6.6$  mA) eine Gasentladung. Innerhalb des Glasröhrchens wird somit metastabiles Argon, Argonionen und Elektronen erzeugt. Die Elektronen werden dann in Richtung Anode beschleunigt. Auf dem Weg dorthin regen sie über Stöße mit Argonatome diese in einen metastabilen Zustand an. Um die Beschleunigungsstrecke zu vergrößern wurde zusätzlich eine zweite positivere Anode ( $U_2 = 60$  V) eingebaut, welche den Fluss deutlich erhöht und zugleich als differentielle Pumpstufe zwischen den beiden Vakuulkammern dient. Ein weiterer Vorteil dieser Apertur besteht darin, dass die mittlere freie Weglänge aufgrund des niedrigeren Druckes nach der Blende deutlich größer ist und dadurch mögliche Penning-Ionisationen<sup>1</sup> verhindert werden. Der entstehende Atomstrahl besteht somit aus Atomen im Grund- und in den metastabilen Zuständen  $1s_5$  und  $1s_3$ , sowie aus den von der Gasentladung erzeugten UV-Photonen.



**Abbildung 3.7:** Schnitt durch die verwendete Atomstrahlquelle. Zwischen den ringförmig angeordneten Kathoden und der Anode brennt bei geeignetem Druck eine Gasentladung.

<sup>1</sup>Penning Ionisationen treten bei der Kollision zweier metastabiler Atome auf und bringen beide Atome in den Grundzustand.

### Optischer Kollimator

Der aus der Quelle austretende Strahl hat eine mittlere longitudinale Geschwindigkeit von 310 m/s und weist zudem eine starke Divergenz auf. Für die Kollimation des Atomstrahls wird deshalb die transversale Geschwindigkeitskomponente  $v_{\perp}$  des Strahls durch Dopplerkühlung [25] verringert. Die effektive Verstimmung für Atome lässt sich schreiben als

$$\Delta_{\text{eff}} = \Delta - \mathbf{k}_L \cdot \mathbf{v}_{\text{Atom}}, \quad (3.2)$$

wobei  $\Delta$  die Verstimmung gegenüber der Resonanz des Übergangs und  $\mathbf{k}_L$  der Wellenvektor eines Laserphotons ist. Für eine bestimmte Geschwindigkeitskomponente parallel zu dem Wellenvektor ist das Laserlicht also resonant und das Atom wird mit einem entgegenkommenden Photon der Lasermode wechselwirken. Der Betrag der Geschwindigkeitskomponente wird dabei durch die Verstimmung des Laserlichts bestimmt. Aus dem Zyklus der gerichteten Absorption und isotropen spontanen Emission resultiert ein Nettoimpulsübertrag in Richtung des Wellenvektors  $\mathbf{k}_L$ . Um die Resonanzbedingung aufrecht zu erhalten und möglichst effektiv kollimieren zu können, muss die Verstimmung des Laserlichts entlang der Wechselwirkungsstrecke verändert werden. Dies erreicht man am einfachsten durch eine Veränderung des Wellenvektors  $\mathbf{k}_L$  entlang der Bewegungsrichtung der Atome. Eine Möglichkeit dies zu bewerkstelligen ist das in [26] vorgestellte Prinzip der Kollimation durch Verkippen der Spiegel, wie es in Abbildung 3.8 dargestellt wird. Die Schematik entspricht dem im Experiment verwendeten und von [27] aufgebautem Kollimator. Der Laserstrahl wird dabei in einem Winkel von  $\beta_0$  eingekoppelt und ändert sich bei jeder Reflexion gemäß

$$\beta_N = \beta_0 - N\theta, \quad (3.3)$$

wobei  $N$  die Anzahl der Reflexionen darstellt (im Experiment ist  $N \approx 30$ ). Um zweidimensional kollimieren zu können, wurde sowohl ein horizontales als auch vertikales Spiegelpaar eingebaut. Wie in Abbildung 3.8 zu sehen ist, läuft das Laserlicht den Atomen „hinterher“, weshalb blau verstimmtes Licht verwendet werden muss. Der Kollimator arbeitet mit 5 MHz blau verstimmtem Laserlicht und erreicht bei einer Kollimationslänge

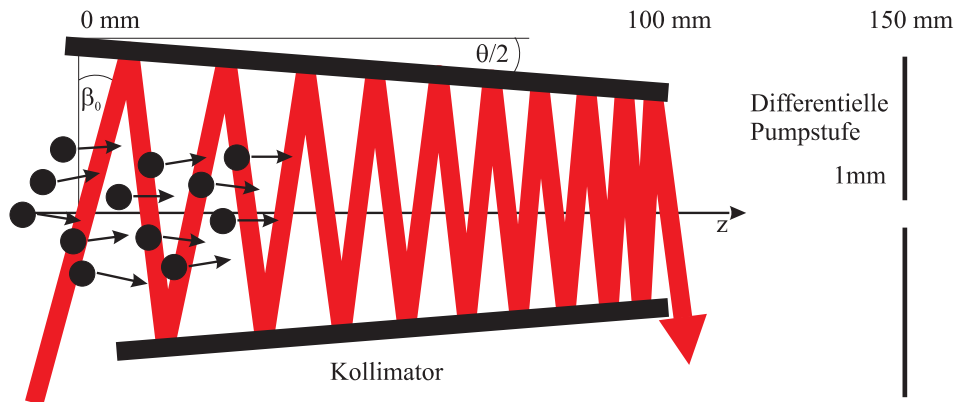


Abbildung 3.8: Kollimation des Atomstrahls durch verkippte Spiegel.

von 10 cm und einer Leistung von 15 mW einen um den Faktor 100 höheren Fluss an Atomen. Die Kollimationsstufe ist durch eine differentielle Pumpstufe vom Zeeman-Slower getrennt.

### Zeeman-Slower

Um die spätere Wechselwirkungsstrecke (Potentiallänge) in der Experimentierkammer klein, und damit kontrollierbarer zu halten, muss die Geschwindigkeit der Atome verringert werden. Mit Hilfe des hier verwendeten Zeeman-Slowsers wird der Atomstrahl von anfänglichen 310 m/s auf etwa 68 m/s abgebremst. Dies erreicht man durch Einstrahlen eines rotverstimmten zirkular polarisierten Laserstrahls entgegen der Bewegungsrichtung  $z$  der Atome [28]. Für ein effizientes Abbremsen muss die Kraft auf die Atome zeitlich konstant sein. Die daraus resultierende Verzögerung  $a_z$  führt dann zu einer vom Ort  $z$  abhängigen Geschwindigkeit der Atome

$$v_z(z) = \sqrt{v_0^2 - 2za_z}, \quad (3.4)$$

wobei  $v_0$  die Anfangsgeschwindigkeit der Atome darstellt. Um die Atome mittels der spontanen Streukraft abbremsen zu können, muss die Resonanzfrequenz am Ort  $z$  gerade so groß sein, dass dort die Dopplerverschiebung  $k_L v_z$  kompensiert wird. Dies erreicht man durch Ausnutzen des Zeeman Effektes. Das eingestrahelte Laserlicht treibt Übergänge der Bedingung  $\Delta m_j = -1$  und bevölkert somit den magnetischen Unterezustand  $J = 2, m_j = -2$  (siehe Abb. 3.10). Durch diesen Zyklus des optischen Pumpens beträgt die Zeemanverschiebung

$$\Delta_{\text{Zeeman}} = \frac{\mu_{\text{eff}}}{\hbar} B(z) \quad \text{mit} \quad \mu_{\text{eff}} = (g_e J_e - g_g J_g) \mu_B = 1.002 \mu_B$$

und den jeweiligen Landeschen  $g$ -Faktoren. Für die Resonanzbedingung erhält man schließlich

$$\Delta + \Delta_L - k_L v_z(z) = 0 \quad (3.5)$$

wobei  $\Delta_L$  die Verstimmung des Lasers ist. Hieraus erhält man eine Bedingung für die Gestalt des Magnetfeldes

$$B(z) = \frac{\hbar}{\mu_{\text{eff}}} \left( \Delta_L - k_L \sqrt{v_0^2 - 2za_z} \right). \quad (3.6)$$

Im Betrieb werden zuerst die Atome abgebremst deren Geschwindigkeiten  $v_{\text{max}}$  die Resonanzbedingung zu Beginn des Magnetfeldes erfüllen. Atome mit einer kleineren Geschwindigkeit genügen im weiteren Verlauf des Slowsers der Bedingung und werden ebenfalls verzögert. Im Experiment findet der von [19] aufgebaute und charakterisierte Zeeman-Slower Anwendung. Das Magnetfeld ist dabei so ausgelegt, dass der einfallende Laserstrahl um 160 MHz rotverstimmt werden muss. Die Lichtleistung beträgt 25 mW. Zu Beginn des Magnetfeldes beträgt die Feldstärke -282 G und folgt dann dem in Abbildung 3.9 dargestellten Verlauf zu 114 G. Daraus lässt sich ein Einfangbereich von 450 m/s finden, welcher deutlich über der mittleren Strahlgeschwindigkeit der Quelle liegt. Am Ende der ersten Spule ( $I=1$  A), also beim Nulldurchgang der Feldstärke, sind die Geschwindigkeiten um etwa 130 m/s verteilt. Mit Hilfe der zweiten Spule ( $I=220$  mA)



wird die Strahlgeschwindigkeit weiter auf ungefähr 68 m/s reduziert, was im Einfangbereich der zweidimensionalen magneto-optischen Falle liegt. Eine Trennung von Einfang- und Ausgangsbereich durch den Einsatz von zwei Spulen ist sehr wichtig, da man am Ausgang einen steilen Magnetfeldgradienten möchte, damit die Atome schnell aus der Resonanzbedingung fallen und nicht eventuell ihre Richtung umkehren.

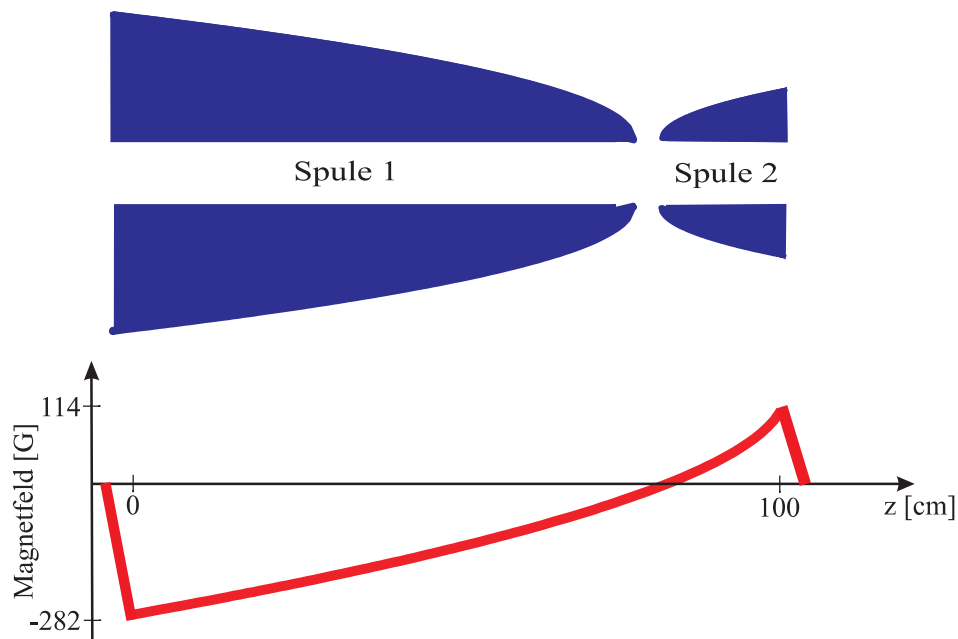
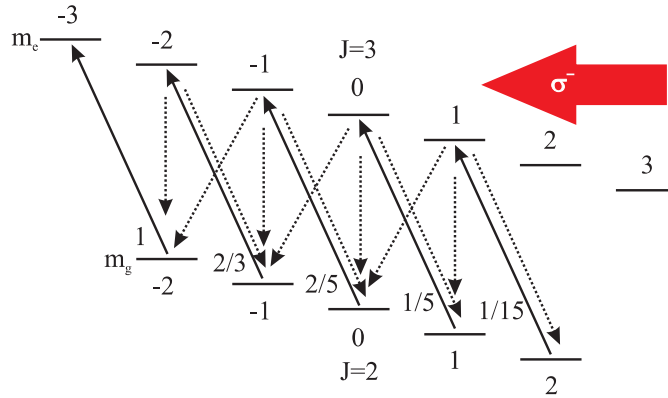


Abbildung 3.9: Spulenanordnung und Magnetfeldverlauf des Zeeman-Slowers

### Funnel

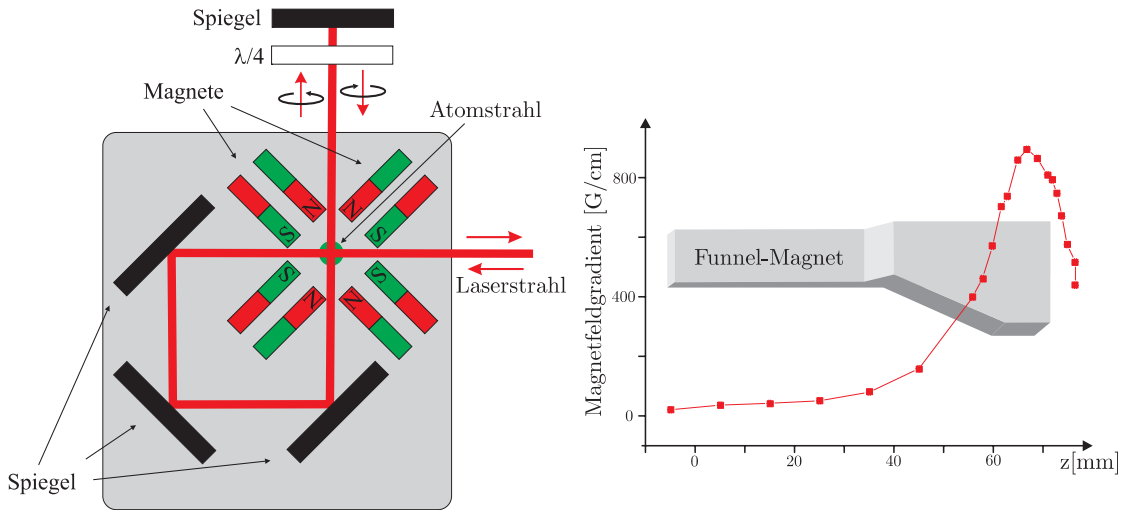
Der aus dem Zeeman-Slower kommende Atomstrahl hat einen Durchmesser von etwa einem Zentimeter, was von den ungerichteten Impulsüberträgen der spontanen Emission herrührt. Ein derartiger Strahl lässt sich durch atomoptische Methoden komprimieren [29, 30]. Das Grundprinzip beruht wieder auf dem Zyklus der Absorption eines Photons und anschließenden spontanen Emission in eine beliebige Raumrichtung. Daraus resultiert ein Nettoimpulsübertrag in Richtung des Laserstrahls. Der Betrag dieser spontanen Streukraft ist jedoch unabhängig vom Ort der Wechselwirkung. Eine Ortsabhängigkeit erhält man erst durch Anlegen eines Magnetfeldes und ausnutzen der Zeemanaufspaltung. In einem Magnetfeld  $B(z)$  spalten die magnetischen Unterzustände auf. Für die Zustände  $1s_5$  und  $2p_9$  ist dies in Abbildung 3.10 dargestellt. Um Übergänge der Art  $\Delta m_j = \pm 1$  induzieren zu können benötigt man zirkular polarisiertes Licht. Die jeweiligen Übergangswahrscheinlichkeiten sind dabei durch die Quadrate der Clebsch Gordan Koeffizienten dargestellt. Legt man nun einen linearen Magnetfeldgradienten mit Nulldurchgang am Ort des Atomstrahls an, so erhält man durch zwei entgegelaufende  $\sigma^- - \sigma^+$  Strahlen eine ortsabhängige Kraft in Richtung des magnetisch feldfreien Raumes. Erweitert man diese Konfiguration um eine Raumrichtung, so erhält man eine räumliche Falle, mit der sich Atome entlang einer Geraden fangen lassen. Die Trajek-



**Abbildung 3.10:** Zeemanaufspaltung des metastabilen und angeregten Zustandes.

torie eines Atoms entlang dieser Geraden beschreibt eine gedämpfte Schwingung. Diese Anordnung bezeichnet man als zweidimensionale magento-optische Falle oder, da sie für Atome die Wirkung eines Trichters hat, auch als „Funnel“ und ist in Abbildung 3.11 zu sehen. Der eingebaute Funnel wurde von [20] gebaut und charakterisiert. Er wurde so integriert, dass der eingefangene Strahl um etwa  $42^\circ$  gegenüber dem ankommenden abgelenkt wird. Dies hat den Vorteil, dass die ebenfalls in der Quelle erzeugten Atome im  $1s_3$  Zustand und entstehende UV-Photonen geradeaus weiter fliegen und nicht am Detektor ankommen. Umgekehrt ermöglicht dies ein problemloses Einkoppeln des Laserstrahls für den Zeemanslower.

Da die Geschwindigkeitskomponente senkrecht zur Atomstrahlrichtung ausgedämpft wird hat dies außerdem den Vorteil, dass die Strahlgeschwindigkeit um dem Faktor  $\cos(42^\circ)=0.74$  weiter verringert wird. Aufgrund der besonderen Geometrie der Permanentmagnete (siehe Abb. 3.11) lässt sich der Funnel in zwei Teilbereiche unterteilen, welche mit separaten Laserstrahlen betrieben werden. Die Aufteilung in zwei getrennte jeweils um 14 MHz rotverstimmte Strahlen bietet die Möglichkeit die Leistung bzw. Polarisation für jeden Zweig getrennt einzustellen. Der erste Teil, mit einem konstanten Magnetfeldgradienten von etwa 41 G/cm entlang der Strahlrichtung dient zum Einfangen und Ablenken der Atome. In dem zweiten Teil steigt der Gradient bis hin zu einem Wert von 900 G/cm. Entlang dieses Anstiegs wird der Atomstrahl räumlich stark komprimiert [31]. Hierbei bildet sich, durch die Überlagerung der beiden Strahlen gleicher Intensität mit jeweils senkrecht zirkularen Polarisationen, an jedem Punkt im Raum eine lineare Polarisation aus. Für ein ruhendes Atom in diesem Lichtfeld werden somit nur  $\pi$ -Übergänge ( $\Delta m = 0$ ) induziert und es bildet sich eine symmetrische Verteilung der magnetischen Unterniveaus des Grundzustandes aus. Bewegt sich nun das Atom entlang der Ausbreitungsrichtung der Laserstrahlen, so verschiebt sich diese Verteilung zu den äußersten magnetischen Unterzuständen hin. Aufgrund der Clebsch Gordan Koeffizienten wird nun die Absorption eines entgegenkommenden Photons bevorzugt, was zu einer Dämpfungskraft auf das Atom führt. Durch diese so genannte  $\sigma^+\sigma^-$  Kühlung erreicht man Temperaturen unterhalb des Dopplerlimits.



**Abbildung 3.11:** Schematischer Aufbau der zweidimensionalen magneto-optischen Falle (Funnel). Der einfallende Laserstrahl wird über eine Anordnung aus drei Spiegeln so geführt, dass sich zwei Strahlen am Ort des Atomstrahls senkrecht schneiden. Die Polarisation des reflektierten Strahls wird vor dem erneuten Durchlauf um  $90^\circ$  gedreht.

### Spaltkollimator

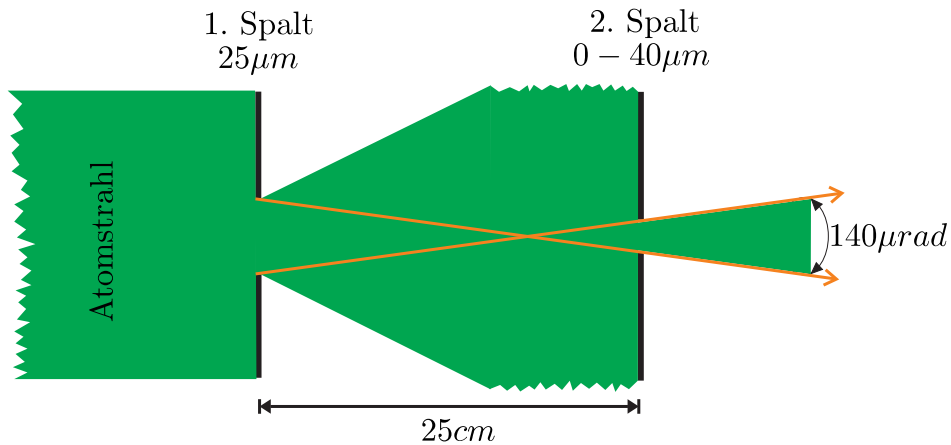
Für Beugungsexperimente ist es notwendig einen Atomstrahl mit geringer Divergenz und guter räumlicher Kohärenz zu erzeugen. Der vom Funnel kommende Strahl wird durch eine Kombination aus zwei Spalten geschickt, wobei nur Atome, deren Geschwindigkeit senkrecht zur Ausbreitungsrichtung kleiner ist als  $v_{\text{limit}}$ , den zweiten Spalt passieren können.

$$v_{\text{limit}} = \frac{\frac{d_{1.\text{Spalt}}}{2} + \frac{d_{2.\text{Spalt}}}{2}}{L} \cdot v_{\text{Strahl}} \quad (3.7)$$

Hierbei bezeichnet  $d_{\dots}$  die Breite des jeweiligen Spalts und  $L$  den Abstand zwischen diesen. Die in unserem Experiment verwendete Konfiguration ist in Abbildung 3.12 dargestellt. Als guter Kompromiss zwischen Zählrate und Kollimation bietet sich eine Breite des zweiten Spalts von  $10 \mu\text{m}$  an. Die transversale Geschwindigkeit des Strahls beträgt dann nach beiden Spalten nur noch  $0.28v_{\text{recoil}}$  ( $v_{\text{Strahl}} = 50 \text{ m/s}$ ). Dabei ist  $v_{\text{recoil}}$  die aus dem Energieübertrag der Absorption eines Laserphotons resultierende Geschwindigkeit. Für eine Wellenlänge von  $811 \text{ nm}$  beträgt diese  $1.25 \text{ cm/s}$ . Für unsere spätere Detektion ist solch eine geringe Transversalgeschwindigkeit zwingend notwendig, da sich der Abstand der gemessenen Beugungsordnungen nur um  $2 v_{\text{recoil}}$  unterscheidet.

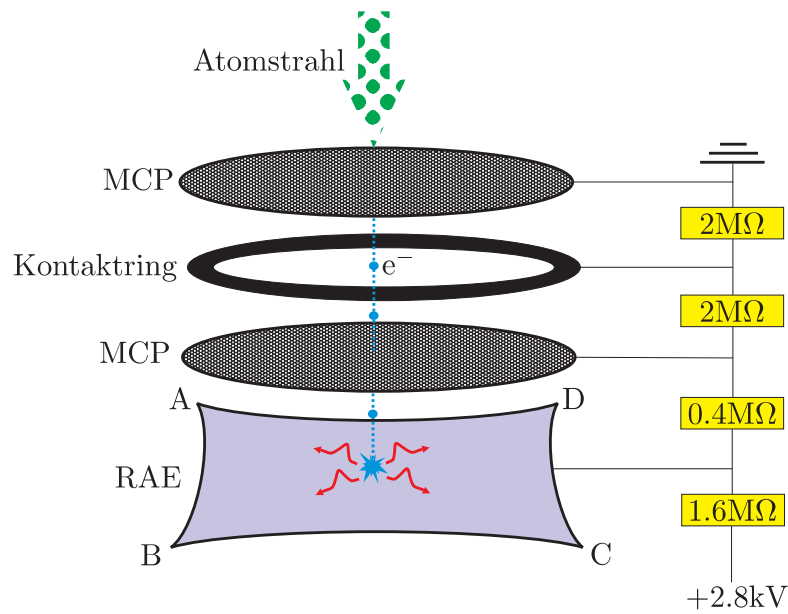
### 3.1.5 Detektion

Nach der Wechselwirkung mit dem Lichtpotential wird das Beugungsbild der Atome schließlich detektiert. Um die Beugungsordnungen auflösen zu können lässt man den Strahl nach der Experimentierkammer etwa  $90 \text{ cm}$  frei propagieren. Die Detektion von metastabilem Argon kann einfach realisiert werden. Dafür nutzt man die hohe innere Energie von zirka  $12 \text{ eV}$  der Atome um Elektronen aus einer Oberfläche mit geringer Aus-



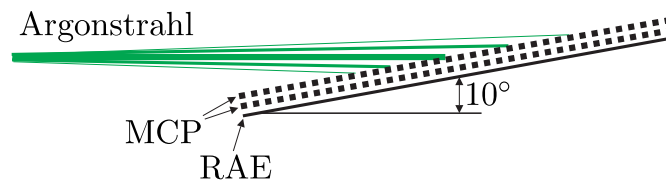
**Abbildung 3.12:** Die beiden Kollimationsspalte sorgen für die geringe Divergenz des Strahls. Beide Spalte lassen sich in ihrer Position über Linearmotoren bewegen, wobei der zweite Spalt noch zusätzlich in der Breite variiert werden kann.

trittsarbeit auszulösen. Diese Ladungen lassen sich sehr effektiv mittels Sekundärelektronenvervielfachern, wie den verwendeten Mikrokanalplatten (MCP) verstärken. Dafür werden die Elektronen in engen Kanälen beschleunigt und lösen bei jeder Reflexion mit der Wand weitere Elektronen aus. Mit nachgeschaltetem Ladungsverstärker lassen sich die elektrischen Signale dann messen. Die eigentliche Detektionseinheit (Fa. Quantar Technology, Model 3390A) ist in Abbildung 3.13 zu sehen und besteht aus zwei Stufen. Die erste, eine Hintereinanderschaltung zweier MCPs, welche aus den auftreffenden Atomen eine Elektronenwolke bestehend aus etwa  $10^6$  Elektronen erzeugt. Diese wabenförmigen Glaskeramikplatten bestehen dabei aus feinen Kanälen mit  $25\mu\text{m}$  Durchmesser und einem Mittelpunktsabstand von  $32\mu\text{m}$ . Gleichzeitig wird von den Platten das räumlich Auflösungsvermögen bestimmt. Die Verwendung von zwei parallelen Platten erhöht dabei den Fluss an Elektronen. Die entstehende Ladungswolke wird in einer zweiten Stufe über eine Widerstandsanode (RAE) ortsaufgelöst gemessen. Eine Widerstandsanode besteht dabei aus einem zweidimensionalen Flächenwiderstand, welcher an den vier Ecken elektrisch kontaktiert ist. Die ankommende Ladungsmenge fließt nun über alle vier Ecken ab. Aus den Verhältnissen der gemessenen Ladungen aller vier Messpunkte lässt sich die Position auf der Anode bestimmen. Die Auswertung übernimmt hierbei die von Quantar Technology verwendete Elektronik, welche die Ortskoordinaten und einen TTL-Zählpuls für die weiter Verarbeitung bereitstellt. Diese Daten werden über eine geeignete Steckkarte (Fa. National Instruments, PCI-DIO-32HS) von einem Messrechner erfasst und ausgewertet. Für eine effiziente Detektion der Atome ist die Wahl der Potentiale zwischen den Platten wichtig (siehe Abbildung 3.13). Die Oberfläche, auf die die Atome auftreffen, liegt dabei auf Masse. Der Potentialunterschied zwischen zwei Mikrokanalplatten beträgt jeweils  $934\text{V}$ . Nach den MCPs werden die Elektronen durch eine Spannung von ungefähr  $186\text{V}$  beschleunigt ehe sie auf die Widerstandsanode treffen. An dieser liegt eine Spannung von  $746\text{V}$ . Der Detektor verfügt über eine räumliche Auflösung von  $256 \times 256$  Pixel auf einer Fläche von  $2.54 \times 2.54\text{cm}$  und einer zeitlichen Trennung zweier Ereignisse von  $0.4\mu\text{s}$ . Da der Abstand zweier Beugungsordnungen je-



**Abbildung 3.13:** Zur Detektion dient eine Anordnung aus zwei MCPs und einer Widerstandsanode (RAE). Der ankommende Atomstrahl löst Elektronen aus der Oberfläche aus, welche über die beiden MCPs vervielfacht werden und schließlich auf der Widerstandsanode orts aufgelöst detektiert werden.

doch kleiner als  $99 \mu\text{m}$  ist, wurde der Detektor um  $10^\circ$  gegenüber der Flugrichtung des Atomstrahls verkippt. Dies führt zu einem um den Faktor 5.76 verbesserten Auflösungsvermögen, was einer räumlichen Auflösung von  $17 \mu\text{m}/\text{Pixel}$  entspricht.



**Abbildung 3.14:** Um ein besseres Auflösungsvermögen zu erreichen, wird der Detektor um  $10^\circ$  gegenüber dem Atomstrahl verkippt eingebaut. Dadurch wird ein Separieren der Beugungsordnungen gewährleistet.

### 3.2 Stehwellenaufbau

Nach der Präparation und Detektion des Atomstrahls werden im Folgenden die wichtigsten Schritte zur experimentellen Realisierung eines periodischen Doppelpotentials vorgestellt.

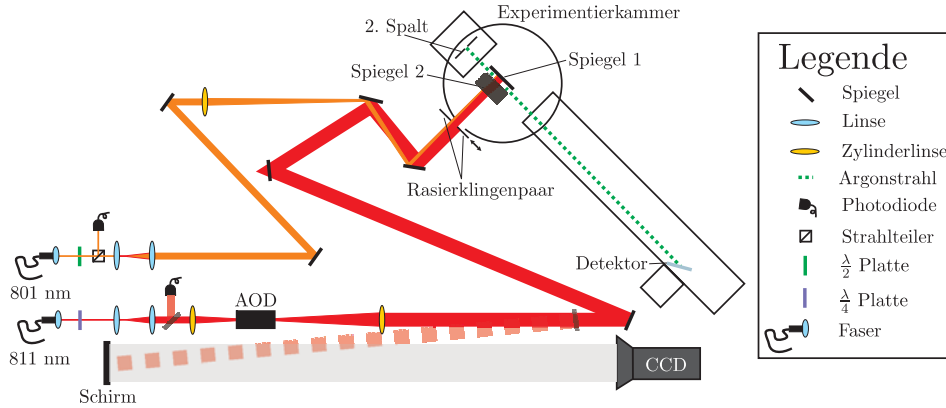
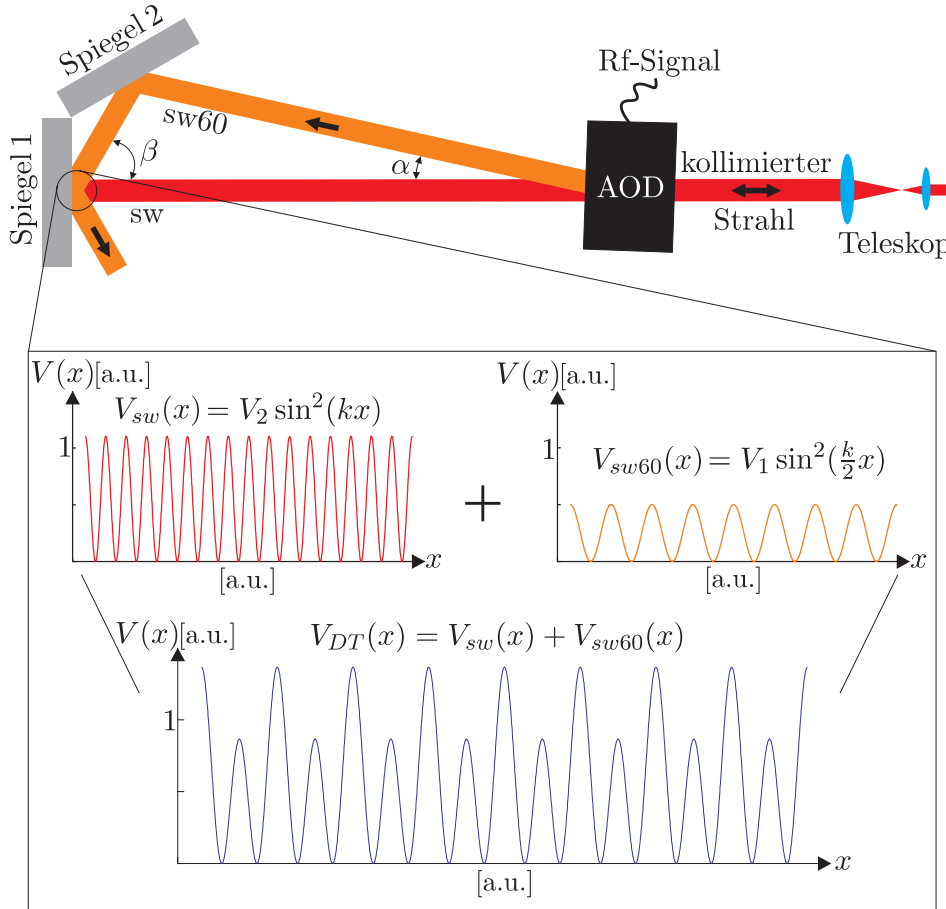


Abbildung 3.15: Die Strahlführung an der Experimentierkammer.

In Abbildung 3.15 ist der optische Aufbau vor der Experimentierkammer dargestellt. Das benötigte Laserlicht wird, wie schon bei der Präparation, über Glasfasern ans Experiment geführt. Der Laserstrahl mit einer Wellenlänge von 811 nm wird nach dem Auskoppler durch ein sphärisches Teleskop aufgeweitet. Da wir für die Erzeugung unseres Doppelpotentials zwei Stehwellen am Ort des Atomstrahls überlagern, beugen wir einen Teil des Laserlichts mit einem akusto-optischen Deflektor (AOD)(siehe 3.2.1) aus dem ursprünglichen Strahl heraus. Um die Wechselwirkungsstrecke der Atome mit dem Potential auf die richtige Länge auszudehnen, müssen beide dieser Strahlen noch horizontal aufgeweitet werden. Dies geschieht über ein Zylinderlinsen-Teleskop. Ursprünglich wurde dieses Teleskop nach dem AOD montiert, doch aufgrund der Strahlgröße ( $\approx 2$  cm) und auftretender Linsenfehler zeigte das Strahlprofil Interferenzringe. Stellt man den AOD jedoch in den Brennpunkt des Teleskops, so lässt sich ein homogenes Intensitätsprofil erzeugen. Um die beiden kollimierten Strahlen ausreichend räumlich voneinander zu trennen, beträgt der optische Weg aufgrund des geringen Beugungswinkels ( $\alpha=8.125$  mrad) zwischen AOD und Experimentierkammer zirka zwei Meter. Vor dem Eintritt in die Kammer besteht die Möglichkeit den Strahl über eine Anordnung aus Rasierklingen abzuschneiden und so die Wechselwirkungsstrecke der Atome mit dem Potential einzustellen. Um spätere Messungen reproduzierbar zu wiederholen, kann eine der Klingen über einen Schrittmotor positioniert werden.

Der zweite Laserstrahl (801 nm) dient zur gezielten Absorption der Atome im Doppelpotential (siehe A.1). Er wird ebenfalls durch ein sphärisches Teleskop aufgeweitet und über eine langbrennweitige Zylinderlinse auf den Spiegel in der Experimentierkammer fokussiert.

In der Experimentierkammer treffen die beiden separierten Strahlen auf ein, aus zwei Spiegeln bestehendes Element. In Abbildung 3.16 ist dies schematisch dargestellt. Das Zylinderlinsen-Teleskop wurde hierbei aus Gründen der Übersichtlichkeit weggelassen.



**Abbildung 3.16:** Durch Superposition zweier rotverstimmter Stehwellen ( $\Delta < 0$ ) unterschiedlicher Wellenvektoren lässt sich ein Doppeltopfpotential erzeugen. Aus Gründen der Übersicht, wurde in der oberen Schematik das Zylinderteleskop zur horizontalen Aufweitung des Strahls weggelassen.

Der ungebeugte Strahl (sw) wird von Spiegel 1 reflektiert, während der vom AOD gebeugte Laserstrahl (sw60) über Spiegel 2 unter einem Winkel  $\beta = 60^\circ$  auf Spiegel 1 trifft. Der Schnittpunkt aller Strahlen liegt am Ort des Atomstrahls, der senkrecht zu der Zeichenebene propagiert. Das elektrische Feld in diesem Punkt lässt sich somit durch die Superposition aus vier laufenden Wellen darstellen:

$$E(x, t) = E_1 \sin(kx - \omega_1 t) + E_1 \sin(-kx - \omega_1 t + \pi) + E_2 \sin\left(\frac{k}{2}x - \omega_2 t\right) + E_2 \sin\left(-\frac{k}{2}x - \omega_2 t + \pi\right).$$

Term eins beschreibt dabei die senkrecht auf den Goldspiegel einfallende Welle. Term zwei ist deren Reflexion und läuft nach einem Phasensprung  $\pi$  an der Spiegeloberfläche in die entgegengesetzte Richtung. Analog gilt dies für Term drei und vier der unter einem Winkel von  $60^\circ$  auftreffenden und reflektierten Wellen. Die Periode dieser Wellen ist jedoch in Einfallrichtung der sw um den Faktor  $1/\cos(60^\circ) = 2$  vergrößert. Da dieser Strahl durch den AOD frequenzverschoben wurde, lässt sich  $\omega_2$  darstellen als  $\omega_2 = \omega_1 + \omega_{\text{AOD}}$ . Weiterhin wurde angenommen, dass der Spiegel verlustfrei reflektiert.

Durch Anwenden des Additionstheorems  $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$  lässt sich der Ausdruck vereinfachen zu

$$E(x, t) = 2E_1 \sin(kx) \cos(\omega_1 t) + 2E_2 \sin\left(\frac{k}{2}x\right) \cos(\omega_2 t). \quad (3.8)$$

Die Intensität dieses Feldes ist dann gegeben durch

$$\begin{aligned} I(x, t) \propto |E|^2 &= 4E_1^2 \sin^2(kx) \cos^2(\omega_1 t) + 4E_2^2 \sin^2\left(\frac{k}{2}x\right) \cos^2(\omega_2 t) \\ &+ 8E_1 E_2 \sin(kx) \cos(\omega_1 t) \sin\left(\frac{k}{2}x\right) \cos(\omega_2 t). \end{aligned} \quad (3.9)$$

Berücksichtigt man  $\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta))$ , so erhält man schließlich den Ausdruck

$$\begin{aligned} I(x, t) &= 4E_1^2 \sin^2(kx) \cos^2(\omega_1 t) + 4E_2^2 \sin^2\left(\frac{k}{2}x\right) \cos^2(\omega_2 t) \\ &+ 4E_1 E_2 \sin(kx) \sin\left(\frac{k}{2}x\right) (\cos((\omega_1 + \omega_2)t) + \cos((\omega_1 - \omega_2)t)). \end{aligned} \quad (3.10)$$

Die ersten beiden Terme dieses Ausdrucks geben jeweils eine stehende Welle mit der Periode  $\lambda$  (Abk.: sw) bzw.  $\lambda/2$  (Abk.: sw60) wieder, während der Mischterm zwei Stehwellen mit der Differenz bzw. der Summe aus beiden Kreisfrequenzen ausdrückt. Mittelt man die Intensität über die typische experimentelle Zeitskala mit  $t > \frac{2\pi}{\omega_{\text{AOD}}}$ , so verschwinden diese Mischterme. Wie Gleichung 2.20 zeigt, ist das Dipolpotential proportional zur Intensität und so folgt:

$$V(x) = V_1 \sin^2\left(\frac{k}{2}x\right) + V_2 \sin^2(kx). \quad (3.11)$$

Für unsere Anwendung lässt sich das Potential somit durch eine Überlagerung zweier Stehwellen unterschiedlicher Periode beschreiben. Dies entspricht der mathematischen Formulierung, wie sie im theoretischen und im Folgenden Teil zur Charakterisierung des periodischen Doppeltopfpotentials verwendet wird.

Im Experiment werden die stehenden Lichtwellen durch eine Reflexion der Laserstrahlen am im Vakuum montierten Goldspiegel erzeugt. Die exakte Überlagerung aus hin- und zurücklaufendem Strahl lässt sich für den senkrechten Einfall am Spiegel (sw) sehr genau vollziehen und ist aus zweierlei Gründen sehr wichtig. Einerseits für die Ausbildung einer Stehwelle, andererseits wird dadurch die Bezugsebene für den gebeugten Strahl (siehe Abb. 3.16), dessen Einfallswinkel sehr kritisch ist, festgelegt. Die absolute Genauigkeit des Winkels muss dafür kleiner  $0.01^\circ$  sein. Für die Justage kehren wir den optischen Weg um, schicken also den Rückreflex durch die gesamte Optik und koppeln ihn wieder in die Glasfaser ein. Eine vor dem Auskoppler stehende  $\lambda/4$  Platte dreht die Polarisation bei den beiden Durchläufen um  $\lambda/2$ , so dass der rücklaufende Strahl nach nochmaligem Durchlaufen der Faser am Lasertisch über einen polarisierenden Strahlteiler separiert werden kann. Das auf einer Photodiode gemessene Signal lässt sich durch ändern des Einfallswinkels am Goldspiegel maximieren, was schließlich die Überlagerung aus hin- und rücklaufendem Strahl verbessert.

Der zweite Strahl erzeugt im Bereich der Oberfläche eine Stehwelle (sw60) doppelter Periode. Aus der Superposition beider Stehwellen resultiert ein umgedrehter doppeltopfförmiger Intensitätsverlauf. Um daraus für die Atome ein optisches Doppeltopfpotential (vgl. Gleichung 2.20) zu erzeugen muss rot verstimmtes Laserlicht ( $\Delta < 0$ ) verwendet werden (high field seeker).



### 3.2.1 Akusto-optischer Deflektor

Der für die Erzeugung des frequenzverschobenen zweiten Strahls verwendete akusto-optische Deflektor (AOD) (Fa. IntraAction Corp., Model ADM-402A1) weist gegenüber herkömmlichen akusto-optischen Modulatoren eine deutlich größere Apertur von  $2 \times 20$  mm auf. Die Höhe des Strahls muss bereits vor dem AOD durch ein sphärisches Teleskop

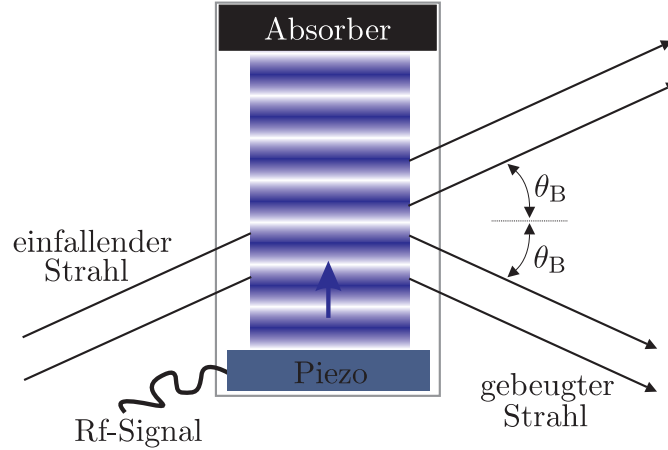
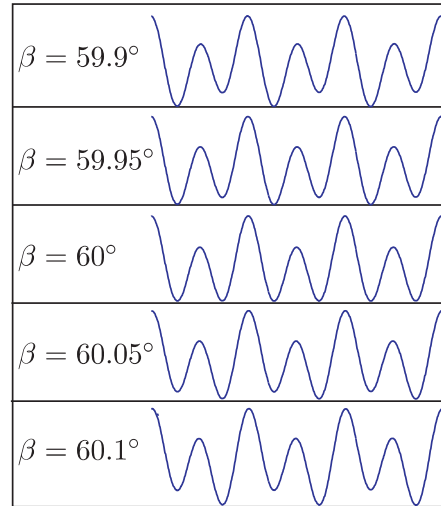


Abbildung 3.17: Funktionsweise eines AOD.

auf einen Zentimeter kollimiert werden, da eine nachfolgende Kollimation dieser Raumrichtung die Genauigkeit des Winkels beeinflussen würde. Dies macht den Einsatz einer großen optischen Apertur notwendig. Die Funktionsweise des AOD beruht auf der Beugung des Lichtstrahls an einer laufenden Schallwelle [32]. Die Schallwelle wird dabei von einem Piezoelement erzeugt und breitet sich in einem Flintglaskristall aus. Ein gegenüber dem Piezoelement angebrachter Absorber dämpft die ankommende Schallwelle, so dass keine Reflexionen entstehen. Das verwendete Modell arbeitet bei einer Rf-Frequenz von 40 MHz mit einer Bandbreite von 20 MHz. Diese Frequenz gibt gleichzeitig den Beugungswinkel und die Frequenzverschiebung des Strahls an. Die benötigte Rf-Leistung beträgt zwei Watt. Abhängig von dieser Leistung wird ein Teil der Intensität des im Braggwinkel  $\theta_B$  einfallenden Strahls gebeugt. Die Richtung dieser ersten Beugungsordnung ist dabei um  $\alpha = 2\theta_B$  gegenüber der einfallenden verschieden. Für das verwendete Modell beträgt der Beugungswinkel  $\alpha = 8.125$  mrad bei einer Frequenz von 40 MHz und für Licht der Wellenlänge 811 nm.

### 3.2.2 Spiegelkonfiguration

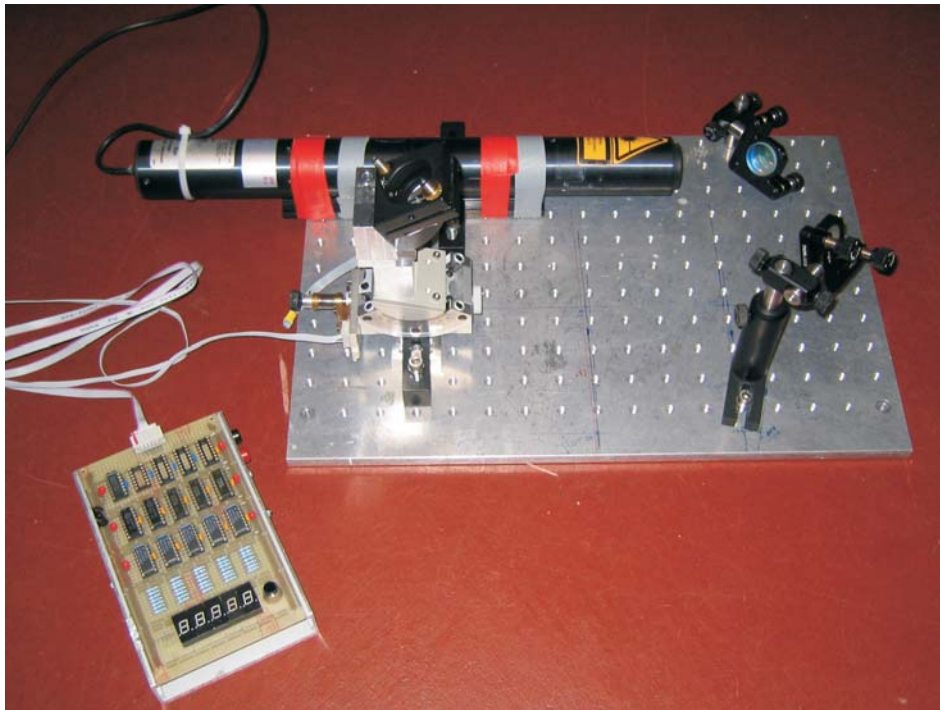
Beide Spiegel sind als Einheit in die evakuierte Experimentierkammer eingebaut, wobei der erste auf einen gefrästen Aluträger geklebt wurde und keine direkten Einstellmöglichkeiten mehr zulässt. Der zweite Spiegel wurde über einen kommerziellen Halter (Fa. Thorlabs, KM100) an den Aluträger des ersten geschraubt und erlaubt somit eine Feinjustage des Winkels. An dem Halter wurde die Einstellschraube durch ein differentielles Modell (Fa. Thorlabs, DAS110) ausgetauscht, was ein sehr genaues justieren des Winkels zulässt. Um das gesamte Element im Experiment später bewegen zu können, wird es im Vakuum auf einen modifizierten Spiegelhalter geschraubt. Dieser lässt sich über die angebauten Oriel-Motoren steuern und erlaubt damit ein Verdrehen und Verkippen der Spiegeloberflächen. Der gesamte Aufbau sitzt auf einem Verschiebetisch (Fa. Newport), womit der Abstand zum Atomstrahl eingestellt werden kann. Um ein definiertes Potential an der Spiegeloberfläche ( $\mathbf{E}_{\text{Oberfläche}} = 0$ ) zu erzeugen, wurde als Beschichtungsmaterial Gold gewählt. Die Symmetrie des erzeugten Doppelpotentials ist sehr kritisch vom Winkel der zweiten Stehwelle sw60 abhängig. Abbildung 3.18 zeigt dies über einen Winkelbereich von  $0.2^\circ$ . Um diesen Winkel auf ein verlässliches Maß einzustellen wurde eine spezielle Vorrichtung entwickelt, mit deren Hilfe eine Winkelauflösung von  $0.004^\circ$  erreicht wird.



**Abbildung 3.18:** Schon kleine Änderungen des Einfallswinkels  $\beta = 60^\circ$  zerstören die Symmetrie. Die gezeigten Potentiale sind für einen Abstand von  $20 \mu\text{m}$  vom Spiegel berechnet.

### Winkelmessung

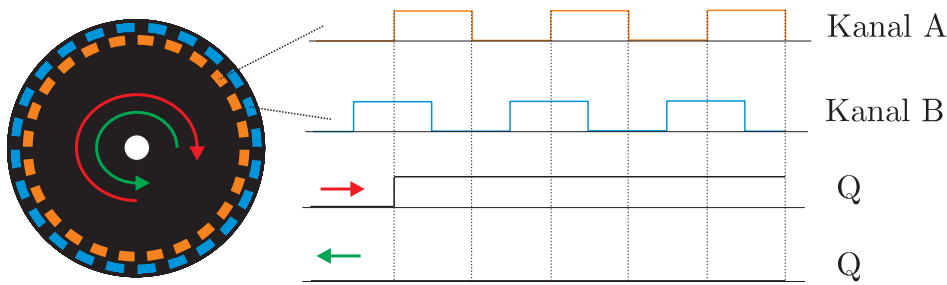
Diese Vorrichtung besteht aus dem in Abbildung 3.19 gezeigten Aufbau. Als Lichtquelle dient dabei ein He-Ne Laser, welcher bereits einen ausreichend kollimierten Strahl liefert. Dieser wird über zwei Spiegel auf die später im Vakuum eingebaute Anordnung gelenkt. Der reflektierte Strahl dient zum Messen bzw. Einstellen des Winkels. Um dabei eine möglichst große Winkelauflösung zu erhalten liegt die Beobachtungsebene 25 Meter von der Apparatur entfernt. Der Aufbau bietet nun die Möglichkeit die Goldspiegel über ein Goniometer (Fa. Newport, M-BGM50) zu verdrehen. Dabei wurde der Aluträger so auf dem Goniometer befestigt, dass der Drehpunkt im Schnittpunkt der beiden Mittelsenkrechten der Spiegeloberflächen liegt, d.h. nach einer Drehung um  $60^\circ$  steht der zweite Spiegel senkrecht zum Strahl. Um eine reproduzierbare Einstellung des Goniometers vornehmen zu können, muss die Drehbewegung erfasst werden. Das Goniometer bietet dafür einen bereits installierten Sensor (Fa. Hewlett Packard, HEDS-9000), welcher aus zwei Lichtschranken besteht. Eine zwischen den Schranken laufende Drehscheibe, die fest



**Abbildung 3.19:** Der Aufbau zur Winkelmessung, bestehend aus He-Ne Laser, Goniometer mit Goldspiegel und dem selbstgebauten Zähler zur Bestimmung der Drehbewegung.

mit der Antriebsachse des Goniometers verbunden ist, steuert den Sensor. Aufgrund der speziellen Beschaffenheit dieser Drehscheibe liefern die Lichtschranken zwei um  $90^\circ$  phasenverschobene TTL-Signale (engl. quadrature encoder). Über diese in Abbildung 3.20 gezeigte Singalfolge ist man nun in der Lage die Drehbewegung quantitativ zu erfassen und somit definierte Winkeländerungen durchzuführen. Die dafür entwickelte Schaltung wird im Anschluss vorgestellt.

Vor Beginn der eigentlichen Messung wurde die Apparatur geeicht. Dafür verändert man den Winkel über eine definierte Anzahl an Schritten und misst die Distanz die der Laserstrahl in der Beobachtungsebene zurückgelegt hat. Die so ermittelte Eichung beträgt  $70 \mu\text{rad} \pm 33 \text{ nrad}$  pro Schritt. Damit kann der Winkel zwischen den beiden Goldspiegeln mit der benötigten Genauigkeit eingestellt werden. Bedingt durch den Beugungswinkel  $\alpha = 8.125 \text{ mrad}$  des AOD fällt der zweite Strahl nicht waagrecht auf den schräg stehenden Spiegel. Durch einfache geometrische Überlegungen lässt sich der Winkel zwischen den Oberflächen zu  $120^\circ - \frac{\alpha}{2}$  finden, d.h. der Verkippungswinkel am Goniometer beträgt  $60^\circ + \frac{\alpha}{2}$ . Man installiert die Messanordnung nun so, dass der Reflex des ersten Spiegels in der Beobachtungsebene zu sehen ist. Nach verdrehen der, mittels der Eichung errechneten Anzahl an Schritten, sollte die Reflexion des zweiten Spiegels am gleichen Ort auftauchen. Ist dies nicht der Fall, so kann der Spiegel über die Einstellschrauben justiert werden. Der so eingestellte Winkel hat eine absolute Genauigkeit von  $0.004^\circ$ . Nach der Messung wird der Aluträger über zwei Schrauben in der Experimentierkammer befestigt.



**Abbildung 3.20:** Die Lichtschranke am Goniometer liefert zwei um  $90^\circ$  phasenverschobene Signale. Über ein D-Flip-Flop lässt sich die Bewegungsrichtung erfassen.

### Zähler

Da das Lichtschrankenmodul bereits TTL-Signale liefert, können diese ohne Pegelanpassung mit der entsprechenden Logik direkt weiterverarbeitet werden. Um die Stromaufnahme gering zu halten, wurde in der vorliegenden Schaltung eine CMOS Logik verwendet. Zum Überblick ist der Schaltplan in Abbildung 3.21 abgedruckt. Daraus ist ersichtlich, dass das Signal von Kanal A für die gesamte Schaltung als Taktsignal (parallel-clocking) dient. Kanal B liegt zur Auswertung der Drehrichtung am Eingang D eines D-Flip-Flops (IC1A, 74HCT74N). Aufgrund der konstanten Phasenverschiebung beider Kanäle ist man in der Lage die Drehrichtung zu erfassen. Der Ausgang Q des Flip-Flops ist in Abbildung 3.20 zu sehen. Dreht man im Uhrzeigersinn, so liegt er permanent auf „logisch Eins“. Wechselt man die Richtung, so geht er auf Null. Anhand des Pegels am Ausgang des Flip-Flops erhält man also eine Information über die Drehrichtung des Goniometers. Da wir einen Winkelbereich von  $60^\circ$  mit einer angestrebten Genauigkeit von  $0.001^\circ$  abdecken wollen, beträgt unser Zählintervall mindestens  $6 \cdot 10^4$  Schritte, wofür fünf Zählbausteine benötigt werden. Der Ausgang Q des Flip-Flops wird an die binär/dezimal-Zählerbausteine (IC2 - IC6, 4029) weitergegeben, denn über PIN 10 des Schaltkreises lässt sich die Zählrichtung umkehren. Die Zähler, die über PIN 9 (GND) im dezimal Modus betrieben werden, können über einen RESET Taster an PIN 1 in den am PRESET (J1-J4) Eingang anliegenden Zustand gebracht werden. Da alle PRESET Eingänge auf Masse gelegt wurden, entspricht das Drücken der RESET Taste einem Rücksetzen des Zählers auf Null. Die verwendeten Zähler lassen sich durch Verbinden des CARRY-OUT Registers (PIN 7) mit dem CARRY-IN (PIN 5) des darauf folgenden Bausteins kaskadieren. Bei Überlauf des Zählregisters eines Bausteins wird der Wert somit an die nächste Dezimalstelle weitergegeben. Die gemeinsame Taktung synchronisiert diesen Vorgang. An den Ausgängen (Q1-Q4) liegt dabei der Wert einer jeden Dezimalstelle in binärer Form vor. Um den Wert zu visualisieren werden diese Signale von BCD/7-Segment Decodern (IC7 - IC11, 4511) umgesetzt und auf geeigneten Anzeigen ausgegeben.

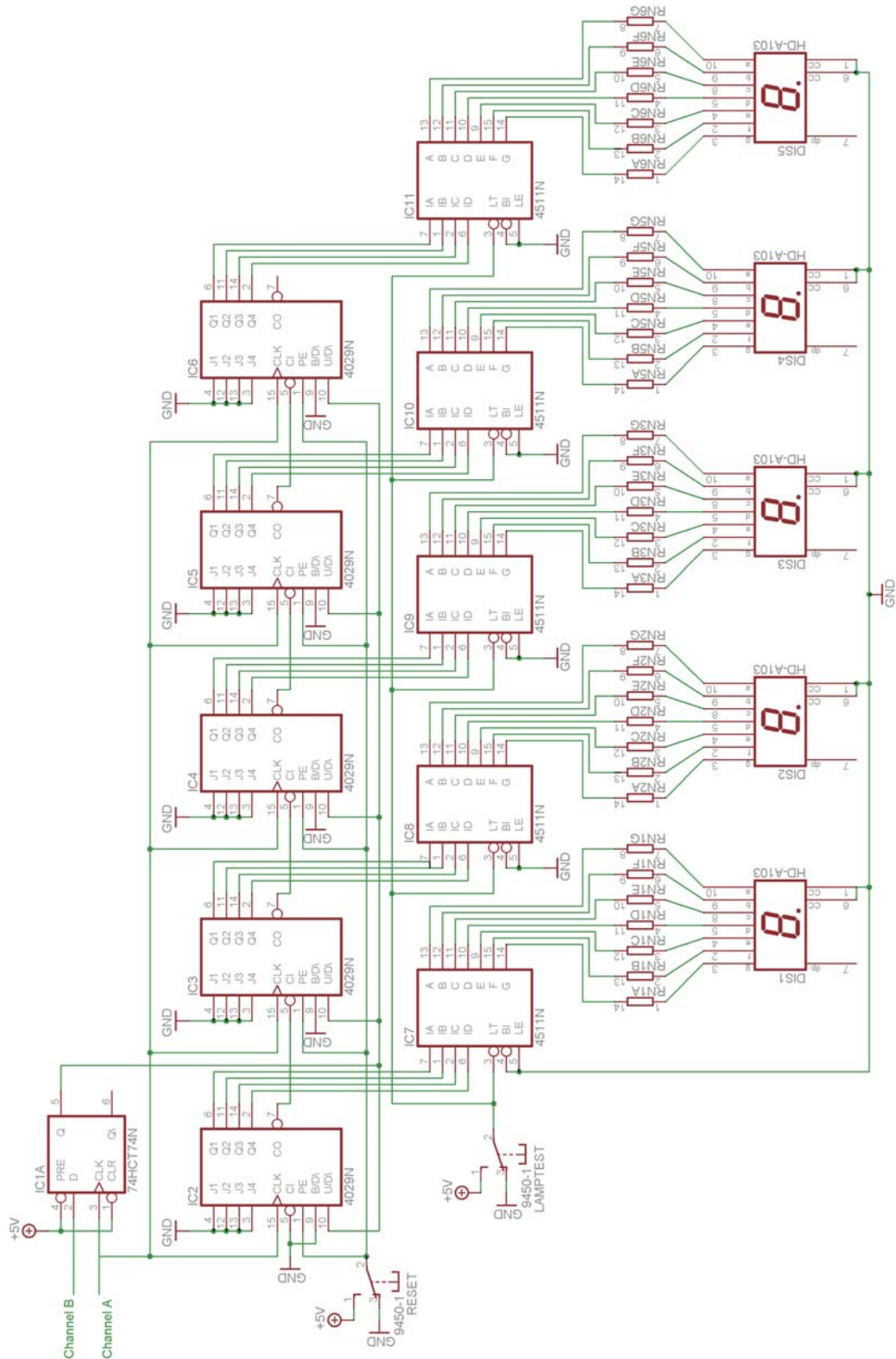
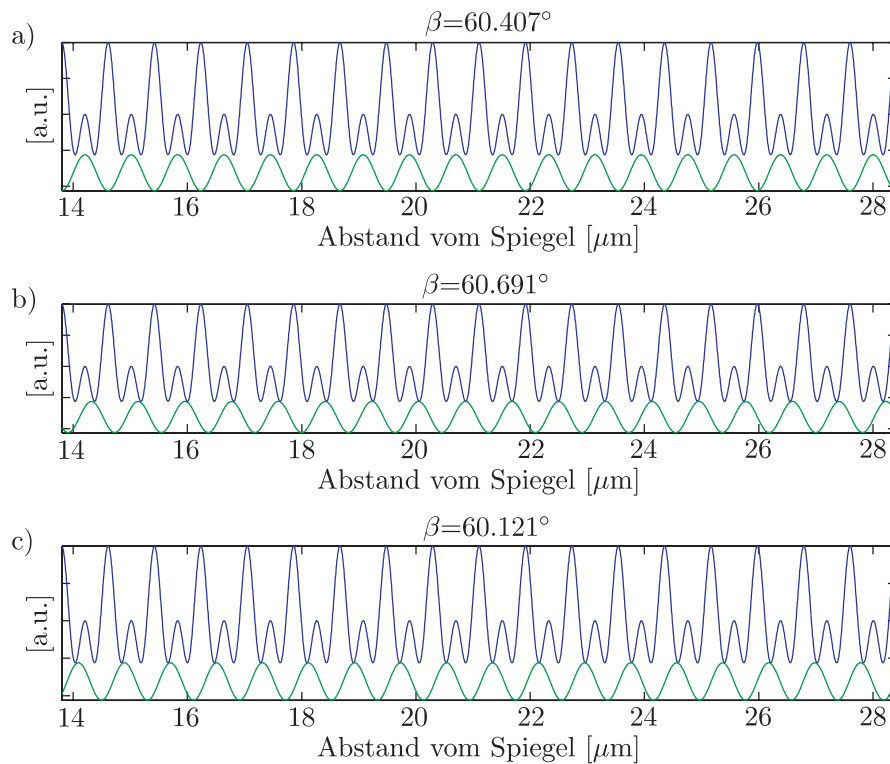


Abbildung 3.21: Schaltplan des Zählers.

### 3.2.3 Absorptive Stehwelle

Nachdem der Atomstrahl auf die Stehwelle trifft, werden alle Töpfe des Doppelpotentials gleichmäßig besetzt. Ein Tunneln zwischen den einzelnen Minima bleibt somit unsichtbar, da in beide Richtungen die gleiche Anzahl an Atomen tunnelt. Die mittlere Besetzungszahl bleibt also für jeden Topf gleich. Um ein Ungleichgewicht zu schaffen, müsste man jeweils einen Potentialtopf entleeren. Dies erreicht man durch Ausnutzen des Absorptionsüberganges (s. Anhang A.1) der metastabilen Argonatome. Durch einen offenen Übergang bei 801 nm bringt man die Atome in ihren Grundzustand zurück und entzieht sie damit dem Detektionsprozess. Der Absorptionsstrahl wird über Spiegel 2 eingestrahlt und bildet am Ort des Doppelpotentials eine Stehwelle entsprechender Periode. Aufgrund der Wellenlängendifferenz unterscheidet sich diese leicht von der Periodizität des Doppelpotentials. Verändert man den Einfallswinkel so lässt sich ein Intervall finden in dem eine Überlagerung dennoch gegeben ist. Für unseren Atomstrahl



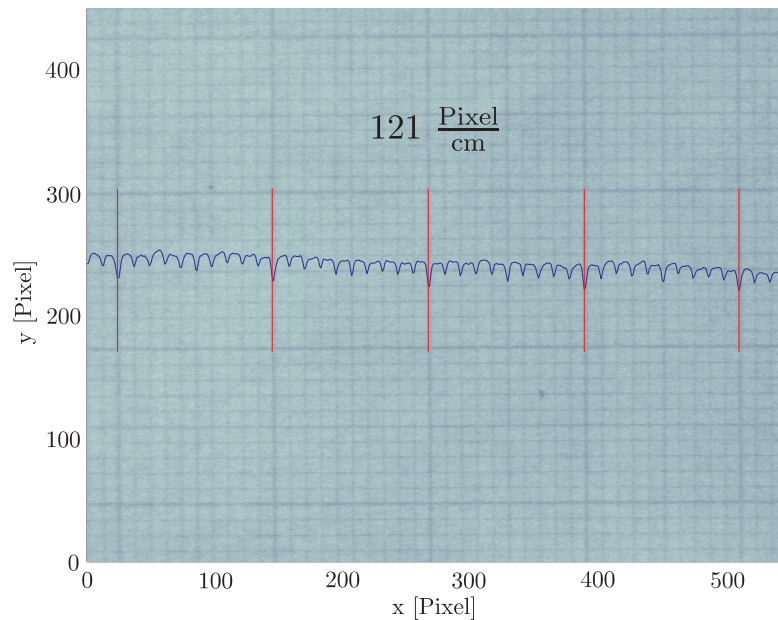
**Abbildung 3.22:** Durch den Einfallswinkel  $\beta$  des Lichtstrahls der Wellenlänge 801 nm wird die Phase zwischen dem absorptiven- und dem Doppelpotential bestimmt. Für den jeweils gleichen Abstand vom Spiegel lässt sich durch die Wahl des Winkels bestimmen, ob Atome im rechten (Teilbild b) bzw. linken Topf (Teilbild c) absorbiert werden. In Teilbild a befindet sich die absorptive Stehwelle in Phase mit der Potentialbarriere des Doppelpotentials, d.h. beide Stehwellen besitzen die gleiche Periode.

mit einer Breite von 15  $\mu\text{m}$  ist dies in Abbildung 3.22 gezeigt. Der Abstand zwischen Spiegel und Strahl beträgt hierbei ebenfalls 15  $\mu\text{m}$ . In Teilbild a wurde der Winkel so gewählt, dass die absorptive Stehwelle in Phase mit dem Doppelpotential ist. Das

Maximum der absorptiven Stehwelle fällt dann mit der Energiebarriere des Doppelpotentials zusammen. Vergrößert bzw. verkleinert man den Winkel, so lässt sich die Periode der Stehwelle derart variieren, dass ein Absorbieren der Atome im rechten bzw. linken Topf möglich ist. Der Abstand des Atomstrahls zum Spiegel lässt sich über eine Kombination aus Verschiebetisch und Linearmotor (Fa. Oriel) mit einer Genauigkeit von  $\pm 0.5 \mu\text{m}$  einstellen.

### 3.3 Strahlprofil

Für die Frage, wie das genaue Strahlprofil am Ort des Goldspiegels im Vakuum aussieht, gibt es die Möglichkeit, dieses über eine CCD Kamera (Fa. jAi, CV-M10) aufzunehmen. Dafür wurde, wie in Abbildung 3.15 gezeigt, ein Schirm außerhalb des Vakuums montiert und der Strahl entsprechend umgelenkt. Der optische Weg den der Strahl dabei zurücklegt, entspricht dem des Experiments. Um eine quantitative Aussage treffen zu können, muss die Abbildungsvorrichtung vorab geeicht werden. Dazu wurde vor der Schirmoberfläche ein Millimeterpapier angebracht und aufgenommen (siehe Abb. 3.23). Da die Blende während der Messung des Laserprofils stark geschlossen werden muss und die Rasterung des Papiers dadurch nicht mehr aufgelöst wird, ist ein separates Eichen der Abbildung erforderlich. Das aufgenommene Eichbild liefert eine Auflösung von 121 Pixel/cm. Die Belichtungszeit wurde für diese Messungen auf 20 ms eingestellt. Mit Hilfe der Eichung lassen sich die aufgenommenen Profile skalieren. Im Folgenden Abschnitt



**Abbildung 3.23:** Eichbild der CCD Kamera. Die Auswertung liefert eine Auflösung von 121 Pixel/cm.

sollen vorab die Eigenschaften eines realen Laserstrahls diskutiert werden und das zu erwartende Profil erläutert.

### 3.3.1 Gaußsche Strahlenoptik

Während man bei der geometrischen Optik Strahlen ohne transversale Ausdehnung behandelt, geht man im gaußschen Bild dazu über, dem Strahl ein räumliches Profil zuzuordnen. Für den Aufbau der Stehwelle ist es daher wichtig, reale Laserstrahlen zu untersuchen und deren Limitierungen zu charakterisieren. Laserstrahlen, die sich im freien, isotropen Raum ausbreiten, beschreibt man daher mit der gaußschen Optik [33][34]. Man betrachtet dabei einen in  $z$  Richtung propagierenden Laserstrahl mit rotationssymmetrischem Strahlprofil.

Die freie Ausbreitung eines elektromagnetischen Feldes im Raum wird durch die Wellengleichung

$$(\nabla^2 + k^2)E(x, y, z) = 0 \quad (3.12)$$

mit  $k^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0$  beschrieben.  $E$  beschreibt dabei die Amplitude des Feldes, welches zeitlich gesehen sinusförmig oszilliert. Für einen Laserstrahl ändert sich das transversale Profil verglichen mit der Ausbreitungsrichtung nur langsam und somit dominiert der Faktor  $e^{-ikz}$  das elektrische Feld. Separiert man die räumlichen Koordinaten so lässt sich  $E$  darstellen als

$$E(x, y, z) \equiv u(x, y, z)e^{-ikz} \quad (3.13)$$

wobei  $u$  die Form des Strahlprofils angibt. Setzt man diesen Ansatz in Gleichung 3.12 ein, so erhält man

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - 2ik \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad (3.14)$$

Wie oben erwähnt ändert sich  $u$  nur sehr langsam in  $z$  und dies führt uns zur paraxialen Näherung

$$\left| \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right| \ll \left| 2k \frac{\partial u}{\partial z} \right| \text{ oder } \left| \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right| \text{ oder } \left| \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right| \quad (3.15)$$

Vernachlässigt man die zweite Ableitung nach  $z$  so erhält man die paraxiale Wellengleichung

$$\nabla^2 u(r, z) - 2ik \frac{\partial u(r, z)}{\partial z} = 0 \quad (3.16)$$

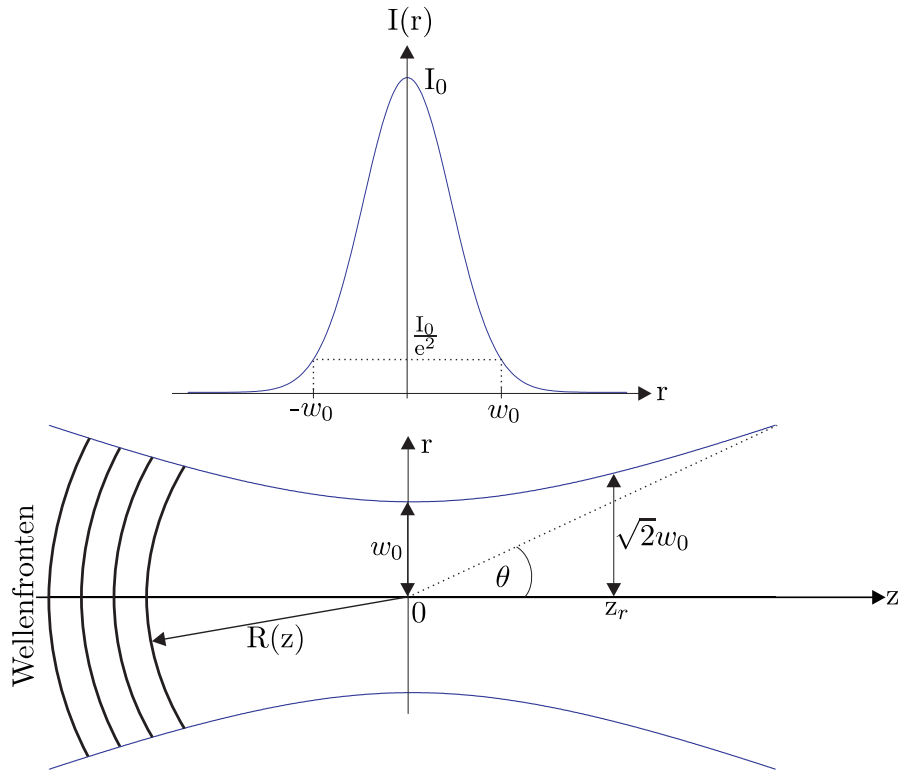
mit  $r \equiv (x, y)$ . Die Lösung dieser Gleichung ist nicht trivial und soll hier nicht hergeleitet werden. Durch numerische Integration lässt sich eine Lösung dieser Gleichung bestimmen zu

$$u(r, z) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\exp -i(kz - \eta(z))}{w(z)} \exp \left( -\frac{r^2}{w^2(z)} - ik \frac{r^2}{2R(z)} \right) \quad (3.17)$$

wobei  $w(z)$  die Breite des Strahls und  $R(z)$  den Krümmungsradius der Wellenfront am Ort  $z$  darstellt. Diese Lösung der axialen Wellengleichung wird häufig auch als TEM<sub>00</sub>-Mode bezeichnet. Sie weist im Gegensatz zu anderen Lösungen keine Knoten der elektrischen Feldstärke in transversaler Richtung auf. Zur Veranschaulichung ist in Abbildung 3.24 die freie Propagation eines gaußschen Strahls dargestellt. Alle Größen sind somit für eine feste Wellenlänge  $\lambda$  durch die Breite  $w_0$  des Strahls (engl. waist) am Ort  $z = 0$  eindeutig festgelegt

$$z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}, \quad (3.18)$$





**Abbildung 3.24:** Geometrie eines in  $z$  Richtung propagierenden Gaußschen Strahls.

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2}, \quad (3.19)$$

$$R(z) = z + \frac{z_R^2}{z}, \quad (3.20)$$

$$\eta(z) = \arctan\left(\frac{z}{z_R}\right), \quad (3.21)$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{\lambda}{\pi w_0}\right). \quad (3.22)$$

Ein wichtiger Parameter ist hierbei die in Gleichung 3.18 definierte Rayleigh Länge. Sie gibt die Strecke an, die ein Strahl zurücklegt ehe sich die Breite des Strahls um den Faktor  $\sqrt{2}$  vergrößert, sich die Fläche also verdoppelt hat. Außerdem nimmt am Punkt der Rayleigh Länge der Radius  $R(z_R)$  ein Minimum an und bezeichnet somit den Punkt der stärksten Wellenfrontkrümmung. Sie bezeichnet gleichzeitig die Grenze zwischen Nah-Feld (Fresnelbild) und Fern-Feld (Fraunhoferbild).

Zusätzlich wurde in Abbildung 3.24 die Intensitätsverteilung des Strahls am Ort  $z = 0$  dargestellt. Sie lässt sich mittels  $I \propto |E|^2$  finden zu

$$I(r, z) = I_0(z) e^{-\frac{2r^2}{w^2(z)}}. \quad (3.23)$$

Die Intensitätsverteilung verbreitert sich in Ausbreitungsrichtung also zunehmend. Da die Verteilung keine scharfen Kanten hat, ist es sinnvoll, die Transmission durch eine

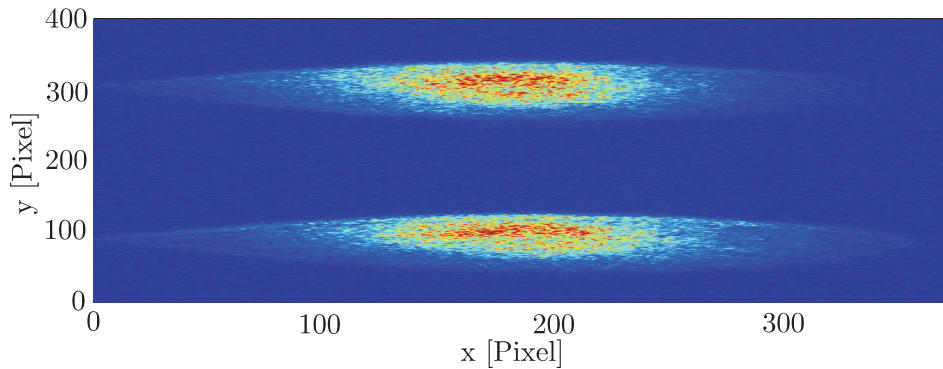
begrenzende Apertur zu berechnen. Für eine runde Blende mit Durchmesser  $d = 2a$  lässt sich die transmittierte Leistung finden zu

$$P_{\text{trans}} = I_0 \int_0^a 2\pi r e^{-\frac{2r^2}{w^2}} dr = 1 - e^{-\frac{2a^2}{w^2}} \quad (3.24)$$

dabei ist  $w$  die Breite des Strahls, bei der die Intensität auf  $1/e^2$  abgefallen ist. Dieser Bereich beinhaltet 86% der Lichtleistung.

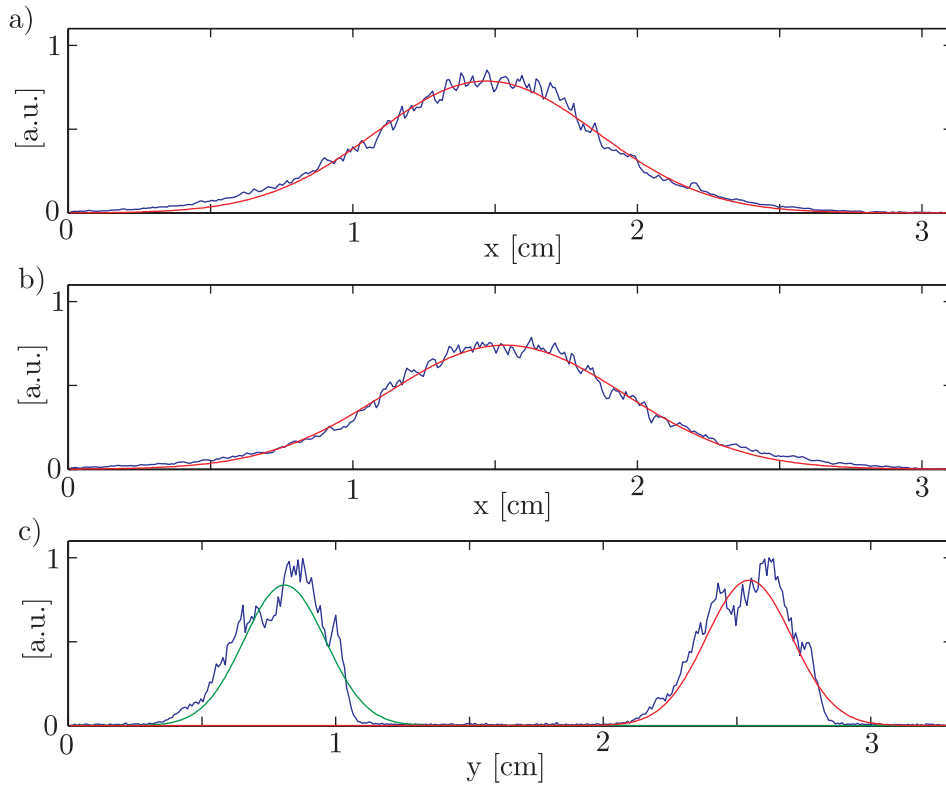
### 3.3.2 CCD-Messungen

Das in Abbildung 3.25 dargestellte Strahlprofil wurde für eine Beugungseffizienz des AOD von etwa 50% gemessen. Die angelegte Rf-Frequenz betrug 41 MHz. Interessant



**Abbildung 3.25:** Intensitätsprofil des senkrecht auf den Spiegel auftreffenden Strahls (unten) und des vom AOD gebeugten Strahls (oben). Die eingespeiste Rf-Leistung am AOD wurde dabei so gewählt, dass eine Beugungseffizienz von 50% resultiert.

sind bei der Auswertung vor allem die Breite und die Form der beiden Strahlen. In Abbildung 3.26 sind die Schnitte durch die Aufnahme dargestellt. Summiert wurde dabei mittig durch die jeweiligen Strahlen über einen Streifen von 20 Pixel. Für die Bestimmung der Breite der einzelnen Schnitte wurde eine Gaußfunktion angefitet (siehe Abbildung 3.26). Die so erhaltenen Fitparameter liefern die gesuchten Größen. Teilbild b stellt den Schnitt durch die nullte Ordnung dar, also den Strahl für die Stehwelle 'sw' (siehe Abb. 3.16). Die horizontale Breite des Strahls ( $2\omega$ ), und damit die Wechselwirkungsstrecke der Atome beträgt 1.68 cm. In vertikaler Richtung (Teilbild c, grüne Fitfunktion) hat er eine Breite von 0.61 cm und deckt den Atomstrahl (0.3 cm) somit vollständig ab. Der gebeugte Strahl (Teilbild a) zeigt eine Breite von 1.57 cm (Höhe 0.64 cm). Die Trennung beider Strahlen am Ort des Spiegels beträgt 1.74 cm.

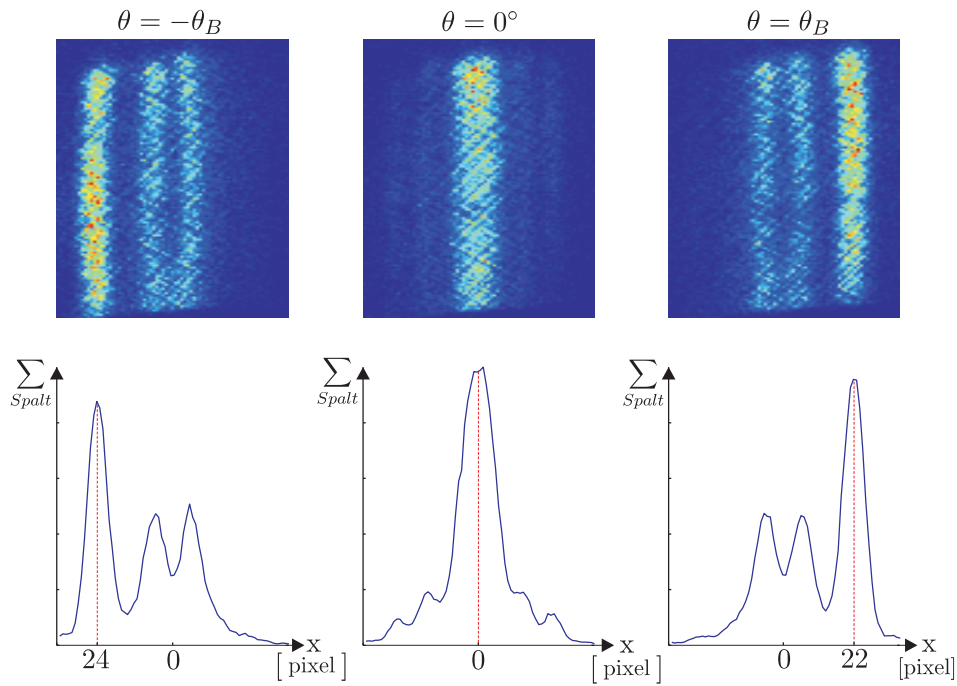


**Abbildung 3.26:** Teilbild b zeigt einen horizontalen Schnitt durch den ungebeugten Strahl. Der gleiche Schnitt ist für den gebeugten Strahl in Teilbild a zu sehen. Bild c zeigt einen vertikalen Schnitt durch beide Profile. An alle ermittelten Profile wurde eine Gaußfunktion angefitet.

## 3.4 Stehwellenmessungen

### 3.4.1 Braggwinkel Messung

Für das Experiment ist es wichtig, dass der Atomstrahl senkrecht auf das Lichtpotential auftrifft. Eine sehr genaue und einfach zu realisierende Möglichkeit, bietet hierbei die in Kapitel 2.2.2 vorgestellte Braggbeugung. Um die Winkelakzeptanz auszuschöpfen, stellt man den zweiten Kollimationsspalt auf eine Breite von  $40 \mu\text{m}$  ein. Der Strahl besteht dann aus Atomen, deren Einfallswinkel  $\theta$  maximal  $\pm 0.578 \cdot \theta_B$  vom Braggwinkel abweichen. Die Feinjustage des Winkels zwischen Atomstrahl und Potential erfolgt hier nicht mehr über einen Linearmotor, sondern durch einen für diesen Zweck eingebauten Piezokristall, der über einen Dehnmessstreifen geregelt wird. Die Regelung lässt sich über ein Potentiometer stufenlos einstellen und es kann somit ein bestimmter Winkelbereich linear überstrichen werden. Für diese Messung blieb der AOD ungenutzt, so dass eine Beugung an der Stehwelle  $sw$  mit der Periode  $\lambda/2 = 405.5 \text{ nm}$  erfolgt. Das Ergebnis der Messung ist in Abbildung 3.27 dargestellt. Die beiden Winkel  $\theta_B$  und  $-\theta_B$  wurden dabei so eingestellt, dass eine mittige partielle Beugung nach rechts bzw. links resultiert. Die gemessenen Braggwinkel betragen im linken  $217 \pm 9 \mu\text{rad}$  und im rechten Fall



**Abbildung 3.27:** Der symmetrische Effekt der Braggbeugung erlaubt es, die Stehwelle senkrecht zum einfallenden Atomstrahl zu justieren.

$208 \pm 9 \mu\text{rad}$  (vgl. Kapitel 2.2.2). Der Abstand zwischen der Stehwelle und dem Detektor betrug dabei 0.94 m.

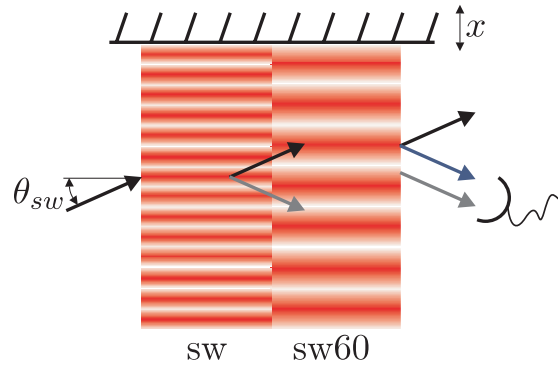
Da der Effekt zu beiden Seiten symmetrisch auftritt, lässt sich über die Regelung des Piezoelements die Mittelstellung errechnen. Der Spiegel steht dann senkrecht zum Atomstrahl (Abb. 3.27 mitte).

### 3.4.2 Doppeltopfdynamik

Wie in Kapitel 3.2.2 schon erwähnt, bestimmt der Einfallswinkel des gebeugten Strahls auf den Goldspiegel die Form bzw. Symmetrie das Doppeltopfpotentials. Experimentell lässt sich dieser durch Variieren der Rf-Frequenz am AOD verändern. Eine Änderung der Frequenz um 500 kHz bewirkt dabei einen um  $101.5 \mu\text{rad}$  anderen Winkel.

### Symmetrisierung mittels Interferometer

Eine Möglichkeit, den Einfallswinkel  $\beta = 60^\circ$  der zweiten Stehwelle zu überprüfen und somit ein symmetrisches Doppeltopfpotential zu erzeugen ist der Aufbau eines Interferometers. Hierbei beobachtet man das Interferenzbild der Braggbeugung des Atomstrahls an beiden, jeweils einzeln wirkende Stehwellen wie es in Abbildung 3.28 dargestellt ist. Um dies zu realisieren blockt man die Laserstrahlen abwechselnd, so dass sich jeweils nur eine Stehwelle mit der Periode  $\lambda_L/2$  (sw) bzw.  $\lambda_L$  (sw60) ausbildet. Aus Gleichung



**Abbildung 3.28:** Durch Abblocken des jeweiligen Laserstrahls lassen sich beide Stehwellen sw und sw60 hintereinander anordnen. Der unter dem Braggwinkel der ersten Stehwelle einfallende Atomstrahl erfüllt für die Stehwelle sw60 die Braggbedingung zweiter Ordnung.

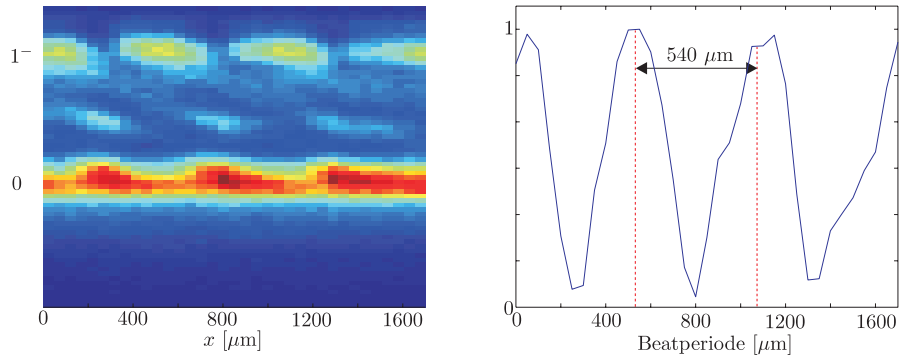
2.36 lässt sich für jede dieser Stehwellen der entsprechende Braggwinkel finden:

$$\theta_{sw} = 224 \mu\text{rad} \quad \text{bzw.} \quad \theta_{sw60} = 112 \mu\text{rad}.$$

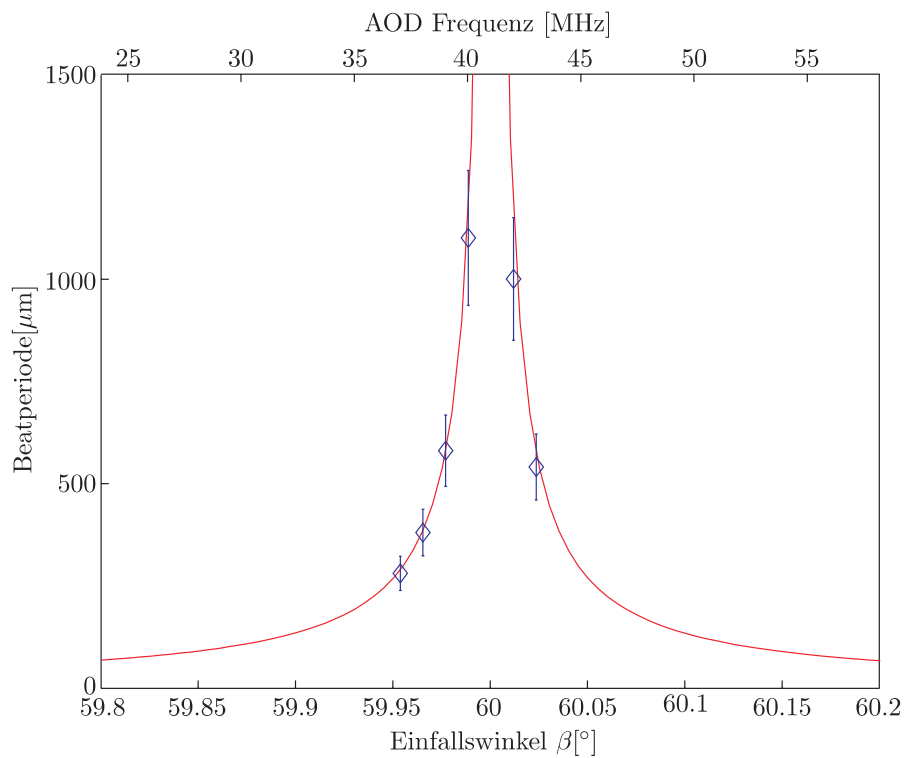
Wie zu erwarten, unterscheiden sich auch diese um den Faktor zwei. So erfüllt ein im Braggwinkel  $\theta_{sw}$  auf die Stehwelle sw einfallender Atomstrahl die Braggbedingung zweiter Ordnung für die darauf folgende Stehwelle sw60 (siehe Abb. 3.28). Bewegt man nun den Spiegel in  $x$ -Richtung so verändert man am Ort des Atomstrahls die relative Phase zwischen den beiden Stehwellen. Für den Fall, dass die beiden Stehwellen eine um den Faktor 2 unterschiedliche Periode besitzen bleibt diese Phase jedoch konstant und das gemessene Interferenzsignal ist unabhängig vom Ort  $x$ . Ist der Einfallswinkel der sw60 nicht exakt  $60^\circ$ , so weichen die Perioden leicht voneinander ab und das Signal wird mit einer bestimmten Periode oszillieren (Beatperiode  $\lambda_{beat}$ ). Theoretisch findet sich zur Beschreibung der Beatperiode der analytische Ausdruck

$$\lambda_{beat} = \frac{\lambda_L}{2} \left( \frac{2 \cos \beta}{1 - 2 \cos \beta} - 1 \right). \quad (3.25)$$

Für einen Einfallswinkel von  $60^\circ$  strebt die Beatperiode also gegen  $\infty$ . Experimentell wurden zur Einstellung des Winkels mehrere Interferenzbilder für jeweils unterschiedliche AOD Frequenzen gemessen. In Abbildung 3.29 ist die Aufnahme für eine AOD Frequenz von 43 MHz dargestellt. Das rechte Teilbild zeigt einen Schnitt durch die zu beobachtende Beugungsordnung  $1^-$ . Aus diesem lässt sich die Beatperiode des Signals zu  $540 \mu\text{m}$  bestimmen. Diese Messung wurde für ein Intervall von 37-43 MHz in Schritten von 1 MHz durchgeführt. Die ermittelten Beatperioden sind in Abbildung 3.30 eingezeichnet und mit der Theoriekurve aus Gleichung 3.25 verglichen. Wie daraus deutlich wird, resultiert für eine AOD Frequenz von 41 MHz der gesuchte Einfallswinkel von  $60^\circ$ .



**Abbildung 3.29:** Links ist die Aufnahme des Interferenzmusters für eine AOD Frequenz von 43 MHz dargestellt. Rechts wurde über die relevante Beugungsordnung ( $1^-$ ) summiert und die entsprechende Beatperiode zu  $540 \mu\text{m}$  bestimmt.



**Abbildung 3.30:** Die theoretisch errechnete Beatperiode weist einen Pol bei  $60^\circ$  auf. Die experimentell ermittelten Werte bestätigten die Vorhersagen in sehr guter Übereinstimmung.

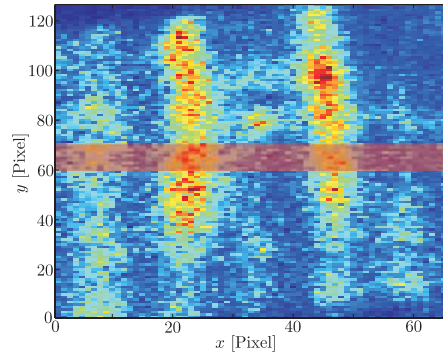
### Symmetrisierung über Oszillationen der Beugungsordnungen

Eine andere Möglichkeit des Symmetrietests ist die Untersuchung der Ausbreitung der Materiewellen im Doppelpotential wie sie in Kapitel 2.2.1 beschrieben wird. Demnach erwarten wir für ein symmetrisches Potential auch symmetrisch oszillierende Beugungsordnungen.

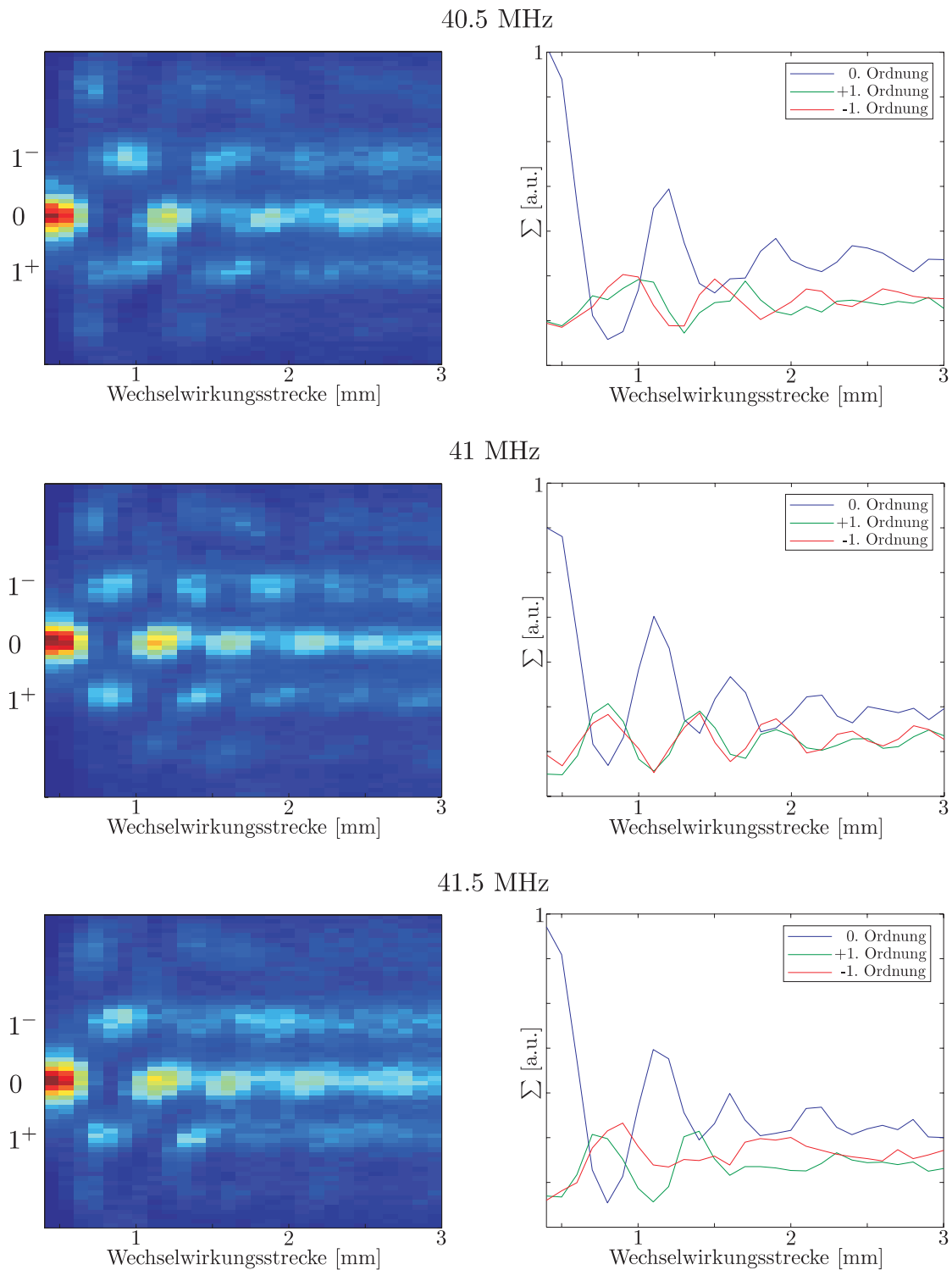
Für diese Messung wurde der Atomstrahl senkrecht zur stehenden Lichtwelle eingestellt (siehe Kapitel 3.4.1) und über den AOD ein Doppelpotential generiert. Um die Dynamik der Atome beobachten zu können, nehmen wir einzelne Beugungsbilder (siehe Abb. 3.31) für unterschiedliche Wechselwirkungsstrecken auf. Da das vertikale Laserstrahlprofil (siehe Abb. 3.26) über die Höhe des Atomstrahls nicht konstant ist, wird die Auswertung auf einen Teilbereich des Bildes beschränkt. Die Aneinanderreihung der Bilder (Scan) liefert uns Informationen über die zeitliche Entwicklung der einzelnen Beugungsordnungen. Die Länge der Wechselwirkungsstrecke wird durch die bewegliche Rasierklinge vor der Experimentierkammer eingestellt. Die Steuerung dieser Klinge wurde in das Messprogramm (LABVIEW) integriert, so dass die Aufnahme eines Scans automatisiert abläuft.

Abbildung 3.32 zeigt drei Scans für unterschiedliche AOD Frequenzen über eine Wechselwirkungsstrecke von drei Millimetern. Da auf den ersten 400  $\mu\text{m}$  kein Licht durch die Rasierklingen gelangte (die Nullung erfolgte mittels Auge) wurden diese in der Abbildung abgeschnitten. Die Rf-Frequenz wurde für jeden Scan um 500 kHz erhöht. Für die Auswertung wurde ein Schnitt durch die jeweiligen Teilbereiche gelegt. Die beiden relevanten Ordnungen sind dabei rot und grün dargestellt. Zusätzlich ist die Oszillation der nullten Ordnung (blau) dargestellt.

Aus den Diagrammen geht hervor, dass die Beugungsordnungen zunächst außer Phase schwingen (40.5 MHz) und sich für eine AOD Frequenz von 41 MHz überlagern. Vergrößert man den Winkel (Frequenz) weiter, so laufen die Oszillationen wieder auseinander. Für eine Frequenz von 41 MHz am AOD stellt sich somit ein symmetrisches Doppelpotential ein, was den Ausgangspunkt für das geplante Experiment bildet.



**Abbildung 3.31:** Aufnahme eines einzelnen Beugungsbildes. Da das Laserstrahlprofil in vertikaler Richtung nicht konstant ist, wird für die Auswertung nur ein Teil (rote Linien) des aufgenommenen Beugungsbildes betrachtet.



**Abbildung 3.32:** Doppeltopfcans für unterschiedliche AOD Frequenzen. Die Veränderung des Beugungswinkels beeinflusst die Symmetrie des Doppeltopfes. Für einen symmetrischen Doppeltopf erwartet man zwei in Phase oszillierende erste Beugungsordnungen, wie es für eine Frequenz von 41 MHz der Fall ist.



## Kapitel 4

# Zusammenfassung und Ausblick

Diese Arbeit fasst meine Tätigkeiten während des letzten Jahres am Argonexperiment zusammen. Zu Beginn des Jahres wurden die Messungen zur Propagation von Materiewellen in imaginären Potentialen erfolgreich abgeschlossen ([10],[9]). Das Ergebnis bestätigte die theoretischen Voraussagen von nichtzerfließenden Wellenpaketen in derartigen Potentialen. Im Anschluss wurde das Experiment umgebaut. Ziel des Umbaus war es, für den bereits vorhandenen Atomstrahl ein optisches Doppeltopfpotential zu erzeugen und den von Grossmann et al. [8] 1991 vorausgesagten Effekt der kohärenten Unterdrückung des Tunnelprozesses erstmals experimentell nachzuweisen.

Im Rahmen dieser Arbeit gelang es, das Doppeltopfpotential zu generieren und erste Messungen durchzuführen. Die Grundidee der Potentialerzeugung bestand aus der Überlagerung zweier stehender Lichtwellen mit um den Faktor zwei verschiedener Periode. Die unterschiedlichen Perioden erzeugen wir durch die geeignete Wahl der Einfallswinkel der Laserstrahlen. Die erste Stehwelle resultiert aus einem in sich reflektierten Strahl in der optischen Ebene. Ein zweiter Strahl trifft unter einem Winkel von  $60^\circ$  auf den gleichen Spiegel und erzeugt in der Nähe der Oberfläche eine Stehwelle halber Periode. Dieser zweite Strahl wird aus dem ersten mittels eines akusto-optischen Deflektors (AOD) herausgebeugt. Die Überlagerung aus beiden liefert uns ein Doppeltopfpotential. Für die Erzeugung eines periodischen Doppeltopfpotentials hat sich die Justage des Einfallswinkels von  $60^\circ$  als kritischer Faktor herausgestellt.

Die Schwierigkeit besteht darin, den Winkel mit einer absoluten Genauigkeit von mindestens  $0.01^\circ$  zu justieren. Hierfür wurde eine spezielle Vorrichtung, die es uns erlaubt den Winkel zwischen zwei Spiegeloberflächen mit einer absoluten Genauigkeit von vier tausendstel Grad zu bestimmen geplant und aufgebaut. Die mechanische Hürde wurde somit überwunden und nach dem Einbau des Spiegelementes wurde der optische Aufbau realisiert. Hierbei kamen konventionelle optische Komponenten zum Einsatz.

In einer ersten Stufe wurden die Voraussetzungen für ein erfolgreiches Experiment geschaffen. So musste der senkrechte Einfall des Atomstrahls auf das Potential gewährleistet werden. Dies gelang über die Braggbeugung des Atomstrahls an einer der Stehwellen. Weiterhin ist als Ausgangspunkt ein symmetrisches Doppeltopfpotential nötig. Hierzu entwickelten wir zwei unterschiedliche Methoden der Überprüfung. Zum einen wurde eine interferometrische Messmethode angewandt, die es erlaubt den Einfallswinkel sehr genau zu bestimmen, zum anderen wurde die Propagation der Materiewellen in dem Doppeltopfpotential gemessen und mit der numerischen Simulation verglichen. Bei den

Messungen im Dezember am abgeschlossenen Aufbau lieferten beide Methoden Ergebnisse in sehr guter Übereinstimmung mit der Theorie und es wurde somit erstmals ein symmetrisches Doppeltopfpotential erzeugt.

Zur Präparation des gewünschten Anfangszustandes wurde eine absorptive Stehwelle vor das Doppeltopfpotential justiert. Erste absorptive Scans belegten deren Einfluss. Dies stellt gleichzeitig die weitere Herausforderung für das Experiment dar. Gelingt es alle Parameter zu kontrollieren, so sollte in naher Zukunft ein erstes Tunneln der Atome zwischen den Potentialtöpfen zu beobachten sein. In einem letzten Schritt soll dann das Doppeltopfpotential über die AOD Frequenz periodisch gestört und der Effekt der kohärenten Unterdrückung des Tunnelprozesses bestätigt werden.

Die Kontrolle des periodischen Doppeltopfsystems würde es erlauben, weitere zeitlich veränderliche Potentiale zu untersuchen. So besteht beispielsweise die Möglichkeit die Bewegung von Atomen in eindimensionalen optischen Gittern zu charakterisieren. Besonders interessant sind die Transporteigenschaften in so genannten „Quantum Ratchets“, die üblicherweise im dissipativen Regime untersucht werden. Mit der bestehenden Anlage könnten diese auch im kohärenten Regime beobachtet werden und dadurch neue Möglichkeiten des Transports aufgezeigt werden. Anwendung könnte dies im Bereich der Molekularelektronik oder kohärenten Elektronik finden.

Eine völlig andere Anwendung der Atomoptik bietet das System von lasergekühlten Argonatomen (wie hier beschrieben): Die Altersbestimmung von Wasser mit Hilfe der „atom trap trace analysis“ [35].

Hierbei werden mit Hilfe atomoptischer Methoden seltene im Wasser vorhandene Atome in einer magneto-optischen Falle gefangen und nachgewiesen. Relevant ist dabei der Nachweis einzelner Atome des instabilen Isotops  $^{39}\text{Ar}$  (Halbwertszeit  $t_{1/2} \approx 200$  Jahre). Die Datierung mit Hilfe der Isotopenkombination  $^{39}\text{Ar}/^{40}\text{Ar}$  würde ein neues Zeitfenster eröffnen, denn bisherige Datierungen von Wasser wurden mit Krypton ( $^{81}\text{Kr}$   $t_{1/2} = 230.000$  Jahre,  $^{85}\text{Kr}$   $t_{1/2} = 10.8$  Jahre) durchgeführt. Eine Altersbestimmung durch  $^{39}\text{Ar}$  würde in Zeitskalen vordringen, die es erlauben, die Wasserdynamik in Ozeanen zu untersuchen. Aufgrund des geringen Vorkommens von  $^{39}\text{Ar}$  muss die Transfereffizienz vom thermischen Gas hin zum langsamen Atomstrahl sehr hoch sein. Durch eine Optimierung aller Komponenten der Anlage und Verwendung von Recycle-Techniken sollte eine derartige Effizienz jedoch möglich sein.

# Anhang A

## Anhang

### A.1 Argon-Atom

Argon (Ar) wurde von Lord Rayleigh und Sir William Ramsay im Jahr 1895 als Bestandteil der Luft entdeckt [36]. Es steht als Edelgas in der achten Hauptgruppe des Periodensystems und trägt die Ordnungszahl 18. Von den drei Hauptisotopen ( $^{40}\text{Ar}$ ,  $^{38}\text{Ar}$  und  $^{36}\text{Ar}$ ) wird im Experiment das zu 99.6% vorkommende  $^{40}\text{Ar}$  verwendet. Dieses tritt zu 0.94% in der Erdatmosphäre auf und wird durch flüssige Luftfraktionierung gewonnen. Als Edelgas besitzt es darüber hinaus die Eigenschaft sehr reaktionsträge zu sein, wodurch man eine chemische Reaktion mit Teilen der Apparatur ausschließen kann. Es besitzt aufgrund des gg-Kernes auch keinen Kernspin und somit keine Hyperfeinstruktur, was das Niveauschema in Abbildung A.1 erheblich vereinfacht. Für spektroskopische Anwendungen ist die hier verwendete Paschen-Notation  $(n_e-3)l_q(J)$  ausreichend. Es werden nur die Quantenzahlen, die für die Auswertung der Auswahlregeln für Dipolübergänge wesentlich sind angegeben. Der Index  $q$  numeriert die Terme mit gleichen Quantenzahlen nach abnehmender Energie. Der elektronische Grundzustand wird in Abweichung von dieser Regel mit  $1s_1(J=0)$  bezeichnet. Im Grundzustand  $1s_1$  besitzt das Atom die Elektronenkonfiguration  $[\text{Ne}]3s^23p^6$ . Durch Anregen eines Valenzelektrons gelangt man in den Zustand  $[\text{Ne}]3s^23p^5(n_e l)$  mit der Hauptquantenzahl  $n_e$  und dem Bahndrehimpuls  $l$  des Leuchtelektrons. Diese Anregung kann aufgrund von inelastischen Stößen mit Elektronen in einer Gasentladung erfolgen. Die Drehimpulse koppeln dabei wie bei allen Edelgasen in **jl**-Kopplung, d.h. der Bahndrehimpuls des Rumpfes (**L**) koppelt mit dem resultierenden Spin **s** des 3p-Orbitals zum Drehimpuls **j** [37]. Dieser wechselwirkt mit dem Bahndrehimpuls **l** des Valenzelektrons zum Drehimpuls **K**. Der Gesamtdrehimpuls **J** ergibt sich durch Kopplung des Drehimpulses **K** mit dem Spin **s** des Leuchtelektrons. Der im Experiment verwendete metastabile Zustand  $1s_5$  hat eine Lebensdauer von 38 Sekunden [38] und besitzt sowohl einen geschlossenen als auch einen offenen Übergang im nahen Infrarot, was für atomoptische Anwendungen von großer Bedeutung ist.

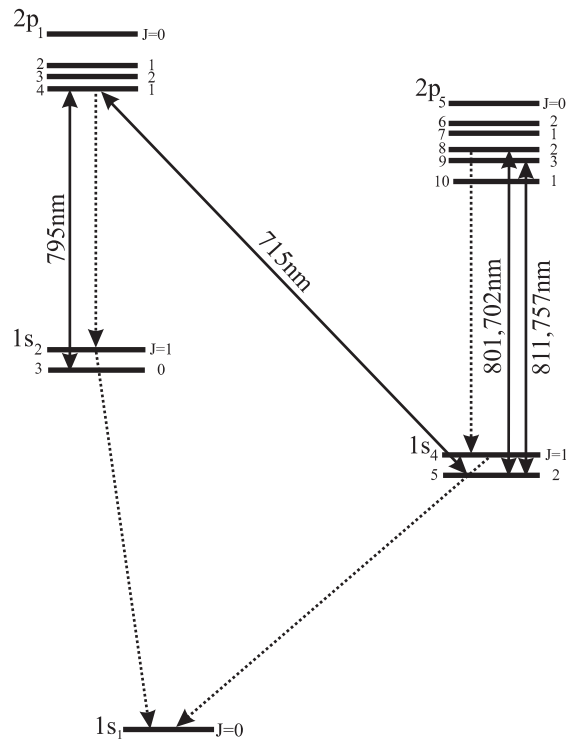


Abbildung A.1: Auszug des Argon Termschemas.

### Kühlübergang

Der Übergang  $1s_5 \rightarrow 2p_9$  ist resonant auf die Wellenlänge  $811.757 \text{ nm}^1$ . Wie in Abbildung A.1 zu sehen, zerfällt der angeregte Zustand mit einer Wahrscheinlichkeit von 100% wieder in den metastabilen Ausgangszustand zurück. Für den Zyklus des Laserkühlens ist ein solcher geschlossener Übergang von Vorteil, da das Atom, nach einer Lebensdauer von  $\tau = 30.1 \text{ ns}$  im angeregten Zustand, wieder in den  $1s_5$  Zustand zurückfällt und für einen weiteren Zyklus zur Verfügung steht. Die natürliche Linienbreite des  $2p_9$  Zustandes beträgt  $\Gamma = 1/\tau = 2\pi \cdot 5.3 \text{ MHz}$  [39].

### Absorptionsübergang

Der Übergang  $1s_5 \rightarrow 2p_8$  ist im Vergleich zu vorherigem offen. Das Atom im metastabilen Zustand wird über Licht der Wellenlänge  $801.702 \text{ nm}$  in den Zustand  $2p_8$  ( $\tau = 32.5 \text{ ns}$ ) angeregt, von wo 68% über das  $1s_4$  Niveau in den Grundzustand zurückfallen und nicht mehr mit dem Lichtfeld wechselwirken können. Das Atom hat dadurch seine innere Energie verloren und kann auf der MCP keine Elektronen mehr auslösen. Es wird damit für den Detektor unsichtbar. Durch diesen Übergang ist man in der Lage Atome im metastabilen Zustand zu „absorbieren“.

<sup>1</sup>Die Vakuumwellenlängen sind im „Handbook of basic atomic spectroscopic data“ unter der URL <http://physics.nist.gov/PhysRefData/Handbook/index.html> zu finden.

## Weitere Übergänge

In Abbildung A.1 sind noch zwei weitere Übergänge eingezeichnet. Es besteht die Möglichkeit, Atome, die im  $1s_5$  Zustand lasergekühlt wurden, in den ebenfalls metastabilen Zustand  $1s_3$  (Lebensdauer 45 Sekunden [40]) zu pumpen. Dazu treibt man den Übergang  $1s_5 \rightarrow 2p_4$  mit Licht der Wellenlänge 714.903 nm, von wo aus das Atom in den  $1s_3$  Zustand übergehen kann. Die Transfereffizienz beträgt hierbei maximal 56%, da Atome im  $2p_4$  Zustand auch in den Grundzustand zerfallen können. Der metastabile Zustand  $1s_3$  besitzt einen offenen Übergang bei 795.036 nm, welcher ebenfalls als Absorptionsübergang und bei weiterer Verstimmung für die Erzeugung von Potentialen genutzt werden könnte. Aufgrund seines Drehimpulses  $\mathbf{J}=0$  tritt keine Zeemanverschiebung durch auftretende Magnetfelder auf. Dieser Vorteil geht allerdings mit dem Verlust von Atomen durch den Umpumpprozess einher.

## A.2 Fourier-Split-Step Methode

Ein analytisches Lösen der Schrödingergleichung ist oftmals nicht mehr möglich. Einen Zugang schafft die sogenannte Fourier Split-Step Methode wie sie unter anderem in [41] kurz vorgestellt wird. Die Zeitentwicklung der Wellenfunktion  $\psi(t)$  ist im Allgemeinen durch den Zeitentwicklungsoperator  $\hat{U}(dt)$  bestimmt [42]:

$$\psi(x, t + dt) = \hat{U}(dt)\psi(x, t) = e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}dt}\psi(x, t) \quad (\text{A.1})$$

Die zugrundeliegende Idee besteht nun darin, den Zeitentwicklungsoperator  $\hat{U}(dt)$  in Terme aufzuspalten, welche sich leicht auswerten lassen. In unserem Fall separieren wir den Hamiltonoperator  $\hat{H}$  in einen kinetischen und potentiellen Teil und entwickeln die Gleichung für jeden Zeitschritt  $dt$ .

$$\psi(x, t + dt) = e^{-\frac{i}{\hbar}(\hat{H}_{\text{kin}} + \hat{H}_{\text{pot}})dt}\psi(x, t) \approx e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}_{\text{kin}}dt}e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}_{\text{pot}}dt}\psi(x, t) \quad (\text{A.2})$$

Da die Operatoren  $\hat{x}$  und  $\hat{p}$  nach

$$[x_i, p_j] = i\hbar\delta_{ij} \quad (\text{A.3})$$

nicht vertauschen, wird bei der Aufspaltung ein Fehler gemacht, der jedoch für hinreichend kleine Zeitschritte  $dt$  vernachlässigbar wird. Da  $\hat{H}_{\text{pot}}$  im Ortsraum diagonal ist, ergibt sich für den ersten Integrationsschritt

$$\psi(x, t + dt) = e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}_{\text{pot}}dt}\psi(x, t) = e^{-\frac{i}{\hbar}V(x)dt}\psi(x, t) \quad (\text{A.4})$$

Nach einer Fouriertransformation  $\psi(k, t) = FT(\psi(x, t))$  in den Impulsraum kann der kinetische Teil ausgewertet werden.

$$\psi(k, t + dt) = e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}_{\text{kin}}dt}\psi(k, t) = e^{-i\frac{\hbar k^2}{2m}dt}\psi(k, t) \quad (\text{A.5})$$

Die Rücktransformation in den Ortsraum schließt die infinitesimale Zeitpropagation ab<sup>2</sup>.

---

<sup>2</sup>Der auftretende Fehler der Ordnung  $dt^2$  kann auf  $dt^3$  verbessert werden, indem man den ersten Propagationsschritt im Ortsraum in zwei Teilschritte der Länge  $dt/2$  unterteilt, wobei der zweite Teilschritt als abschließender Schritt angehängt wird.

# Literaturverzeichnis

- [1] HUND, F.: Zur Deutung von Molekelspektren III. In: *Zeitschrift f. Physik* 43 (1927), S. 805
- [2] BINNIG, G. ; ROHRER, H.: Scanning tunneling microscopy. In: *IBM Journal of research and development* 30 (1986)
- [3] ZENER, C.: Non-adiabatic crossing of energy levels. In: *Proc. Roy. Soc. London Ser. A* 137 (1932), S. 696
- [4] BARONE, A. ; PATERNO, G.: *Physics and Applications of the Josephson Effect*. Wiley, 1982
- [5] BROGLIE, L. de: A tentative theory of light quanta. In: *Phil. Mag.* 47 (1924), S. 446
- [6] DAVISON, C. ; GERMER, L.H.: Diffraction of electrons by a crystal of nickel. In: *Phys. Rev.* 30 (1927), S. 705
- [7] FRISCH, R.: Experimenteller Nachweis des Einsteinschen Strahlungsrückstoßes. In: *Zeitschrift für Physik* 86 (1933), S. 42
- [8] GROSSMANN, F. ; DITTRICH, T. ; JUNG, P. ; HÄNGGI, P.: Coherent destruction of tunneling. In: *Physical Review Letters* 67 (1991), S. 516
- [9] STÜTZLE, R. ; GÖBEL, M.C. ; HÖRNER, Th. ; KIERIG, E. ; MOURACHKO, I. ; OBERTHALER, M.K. ; EFREMOV, M.A. ; FEDOROV, M.V. ; YAKOVLEV, V.P. ; LEEUWEN, K.A.H. ; SCHLEICH, W.P.: *Sculpturing of a non-spreading wave packet in imaginary potentials*. – arXiv:quant-ph/0412138
- [10] GÖBEL, M.: *Propagation von Materiewellen in imaginären Potentialen*, Universität Konstanz, Diplomarbeit, 2004
- [11] HECHT, E. ; ZAJAC, A.: *Optics*. Addison-Wesley, 1979
- [12] COHEN-TANNOUDDI, Claude ; DUPONT-ROC, Jacques ; GRYNBERG, Gilbert: *Atom-photon interactions*. John Wiley & Sons, Inc, 1992
- [13] OBERTHALER, M.K.: *Wellen im periodischen Medium am Beispiel atomarer Materiewellen in Lichtkristallen*, Universität Innsbruck, Diss., 1997
- [14] KITTEL, Ch.: *Einführung in die Festkörperphysik*. Oldenbourg Verlag, 2002

- [15] MARTIN, P.J. ; OLDAKER, B.G. ; MIKLICH, A.H. ; PRITCHARD, D.E.: Bragg scattering of atoms from a standing light wave. In: *Physical Review Letters* 60 (1987), S. 515
- [16] OBERTHALER, M.K. ; ABFALTERER, R. ; BERNET, S. ; KELLER, C. ; SCHMIED-MAYER, J. ; ZEILINGER, A.: Dynamical diffraction of atomic matter waves by crystals of light. In: *Physical Review A* 60 (1999), S. 456
- [17] TANNOR, D.J.: *Introduction to quantum mechanics: A time dependent perspective*. University Science Books, 2004
- [18] GRIFONI, M. ; HÄNGGI, P.: Driven quantum tunneling. In: *Physics Reports* 304 (1998), S. 229
- [19] SCHNETZ, A.: *Aufbau und Charakterisierung einer Magneto-Optischen Falle für metastabile Argon-Atome*, Universität Konstanz, Diss., 1995
- [20] STÖRZER, M.: *Realisierung eines langsamen intensiven Strahls metastabiler Argon-Atome*, Universität Konstanz, Diplomarbeit, 2003
- [21] HAAG, S.: *Ionenstrahlgestützte Abscheidung dünner Funktionsschichtsysteme im System Ti-B-C-N und deren Charakterisierung*, Universität Heidelberg, Diss., 2003. – <http://www.ub.uni-heidelberg.de/archiv/3867>
- [22] HÄNSCH, T.W. ; SCHAWLOW, A.L. ; SERIES, G.W.: The spectrum of atomic hydrogen. In: *Scientific American* 240 (1979), S. 72
- [23] SUKENIK, C.I. ; BUSCH, H.C.: A rf discharge cell for saturated absorption spectroscopy of metastable argon. In: *Rev. Sci. Instrum.* 73 (2001), S. 493
- [24] KAWANAKA, J. ; HAGIUDA, M. ; SHIMIZU, K. ; SHIMIZU, F. ; TAKUMA, H.: Generation of an intense low-velocity metastable neon atomic beam. In: *Applied Physics B* 56 (1993), S. 21
- [25] HÄNSCH, T.W. ; SCHAWLOW, A.L.: Cooling of gases by laser radiation. In: *Opt. Commun.* 13 (1975), S. 68
- [26] HOOGERLAND, M.D. ; DRIESSEN, J.P.J. ; VREDENBREGT, E.J.D. ; MEGENS, H.J.L. ; SCHUWER, M.P. ; BELJERINCK, H.C.W. ; LEEUWEN, K.A.H. van: Bright thermal atomic beams by laser cooling: A 1400-fold gain in beam flux. In: *Applied Physics B* 62 (1996), S. 323
- [27] ALBRECHT, B.: *Atomstrahlkollimation durch Laserkühlung mit verkippten Spiegeln*, Universität Konstanz, Diplomarbeit, 1997
- [28] PHILLIPS, W.D. ; METCALF, H.: Laser deceleration of an atomic beam. In: *Physical Review Letters* 48 (1982), S. 596
- [29] RIIS, E. ; WEISS, D.S. ; MOLER, K.A. ; CHU, S.: Atom funnel for the production of a slow, high-density atomic beam. In: *Physical Review Letters* 64 (1990), S. 1658



- [30] SCHOLZ, A. ; CHRIST, M. ; DOLL, D. ; LUDWIG, J. ; ERTMER, W.: Magneto-optical preparation of a slow, cold and bright Ne\* atomic beam. In: *Opt. Commun.* 111 (1994), S. 155
- [31] DALIBARD, J. ; COHEN-TANNOUJDI, C.: Laser cooling below the doppler limit by polarisation gradients - Simple theoretical models. In: *J. Opt. Soc. Am. B* 6 (1989), S. 2023
- [32] KLEIN, W.R. ; COOK, B.D.: Unified approach to ultrasonic light diffraction. In: *IEEE Transactions on sonics and ultrasonics* SU-14 (1967), S. 123
- [33] SIEGMAN, A.E.: *Lasers*. University Science Books, 1986
- [34] LAX, M. ; LOUISELL, W.H. ; MCKNIGHT, W.B.: From Maxwell to paraxial wave optics. In: *Physical Review A* 11 (1975), S. 1365
- [35] CHEN, C.Y. ; LI, Y.M. ; BAILEY, K. ; O'CONNOR, T.P. ; YOUNG, L. ; LU, Z.-T.: Ultrasensitive isotope trace analyses with a magneto-optical trap. In: *Science* 286 (1999), S. 1139
- [36] RAYLEIGH, Lord ; RAMSAY, W.: Argon, a new constituent of the atmosphere. In: *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* 186 (1895), S. 187
- [37] HAKEN, H. ; WOLF, H.C.: *Atom- und Quantenphysik*. Springer-Verlag, 2000
- [38] KATORI, H. ; SHIMIZU, F.: Lifetime measurements of the  $1s_5$  metastable state of Argon and Krypton with a magneto-optical trap. In: *Physical Review Letters* 70 (1993), S. 3545
- [39] WIESE, W.L. ; J.W.BRAULT ; DANZMANN, K. ; HELBIG, V. ; KOCK, M.: Unified set of atomic transition probabilities for neutral argon. In: *Physical Review A* 39 (1989), S. 2461
- [40] SMALL-WARREN, N.E. ; CHIU, L.-Y.C.: Lifetime of the metastable  $^3P_2$  and  $^3P_0$  states of rare-gas atoms. In: *Physical Review A* 11 (1975), S. 1777
- [41] AGRAWAL, Govind P.: *Nonlinear fiber optics*. Academic Press, 1995
- [42] SAKURAI, J.J.: *Modern quantum mechanics*. The Benjamin/Cummings Publishing Company, Inc, 1985



# Danksagung

Ohne die Mithilfe zahlreicher Menschen wäre diese Arbeit sicherlich nicht entstanden. Ich will die Gelegenheit hier nutzen mich bei Ihnen zu bedanken.

Mein Dank gilt:

- Meinen Eltern Heinz und Ilse Hörner, die mich auf meinem bisherigen Weg bedingungslos unterstützt haben.
- Prof. M. K. Oberthaler danke ich für die Aufnahme in seine Arbeitsgruppe. Seine Begeisterung für Physik motivierte mich jedesmal aufs Neue und in den zahlreichen Diskussionen konnte ich sehr viel lernen.
- dem Tunnel-Team Lisa Kierig und Ralf Stützle für die gute Stimmung im Labor.
- den Ex-Tunneln Martin Göbel und Igor Mourachko für die erfolgreiche Zusammenarbeit.
- den restlichen Gruppenmitgliedern Bernd, Michael, Tom, Stefan, Rudi, Jonas für die angenehme Atmosphäre im KIP-Keller.
- den Korrekturlesern, vor allem Ralf Stützle für die vielen Verbesserungen und Vorschläge. DANKE!
- all meinen Freunden für die schöne Zeit während des Studiums.

Mein besonderer Dank gilt Myriana, die jede meiner Launen ertragen musste und mir durch Ihr Lächeln stets neuen Mut machte.



# Erklärung:

Ich versichere, dass ich diese Arbeit selbständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe.

Heidelberg, den 14. Januar 2005